

УДК 53:37.016:531:517.958:530.145
DOI 10.23951/2307-6127-2019-3-48-54

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ (МОДУЛЬ: КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА)

О. Д. Азоркина, Е. Н. Кириллова

Томский государственный педагогический университет, Томск

Рассматриваются некоторые аспекты методики преподавания курса «Теоретическая физика» в педагогических вузах (бакалавриат). Данный курс представляет собой основу теоретической подготовки бакалавра-физика. Вниманию предлагаются методы адаптации непростого для понимания лекционного материала в одном из важных модулей курса «Квантовая механика» при теоретической подготовке педагогов-физиков. Подобная адаптация является актуальной для студентов педагогических вузов ввиду сложности теоретического материала. Предлагаются для разбора на практическом занятии примеры заданий, направленных на прояснение основных теоретических понятий и закрепление знаний, полученных на лекциях. Изучается применение квантовых операторов для исследования квантовой системы, используется вероятностный подход.

Ключевые слова: *физико-математические науки, теоретическая физика, квантовая механика, квантовые состояния, волновые функции, средние значения физических величин, операторы физических величин, нормировка волновой функции, преподавание квантовой механики, подготовка педагогов.*

Курс «Теоретическая физика» является фундаментальной составляющей теоретической подготовки педагога-физика и играет роль того базиса знаний, без которого успешная деятельность учителя физики невозможна. Физика изучает общие закономерности и явления природы, свойства и строение материи, формы движения материи (механические, тепловые, электромагнитные и др.) и их взаимные превращения. Главная цель физики – выявление и объяснение фундаментальных законов природы, в результате чего формируются представления о единстве физических явлений.

Таким образом, теоретической физике отводится первостепенное место в формировании естественно-научного мировоззрения и целостной картины мира, в развитии научного мышления у студентов – будущих педагогов.

В данной работе рассматриваются некоторые аспекты преподавания курса «Теоретическая физика» в педагогических вузах (образовательная программа бакалавриата [1]). При изложении курса общей физики, предшествующего изучению теоретической физики, используется преимущественно классический (ньютонов) подход для описания законов и физических явлений, который становится привычным и очевидным для обучающегося, поскольку оперирует интуитивно ясными понятиями макромира. При переходе к концепциям квантовой механики ясность утрачивается. Если в классической физике использование теории вероятности связано с неполной информацией о системе (в предположении, что дополнить эту информацию в дальнейшем возможно), то в квантовой механике такая возможность исключается в принципе.

Тот факт, что вместо привычных координат и импульсов (которые не могут одновременно иметь определенные значения) наиболее полную информацию о системе дает (непонятная студенту) абстрактная волновая функция, не соответствующая никакой измеряемой физической величине, вызывает затруднение в понимании основных положений дисциплины.

Квантовая механика отличается фундаментально вероятностным подходом к описанию физической картины и требует намного больше внимания к своей интерпретации, чем классическая. По существу, интерпретация квантовой механики – это различное понимание, что такое вектор состояния [2]. Можно назвать не менее девяти достаточно распространенных подходов, среди которых выделяется копенгагенская интерпретация, сформулированная Нильсом Бором в конце 1920-х гг., согласно которой квантовая механика описывает не сами микрообъекты, а их свойства, проявляющиеся в процессе акта наблюдения посредством классических измерительных приборов. На самом деле ни одна из интерпретаций не является общепринятой. А неофициальный опрос 1997 г. показал, что к указанному времени копенгагенская интерпретация поддерживалась менее чем половиной участников опроса (на симпозиуме под эгидой Университета Мэриленда в Балтиморе) [3].

Квантовая механика считается, по словам Джона Белла, наиболее проверенной и успешной теорией в истории науки. Поэтому многие физики неявно используют так называемую «никакую» интерпретацию квантовой механики, предполагающую только использование математического формализма для вычислений. Однако для будущего учителя физики такой подход неприемлем. Он может не уметь выполнять сложные вычисления с использованием аппарата квантовой механики, но должен овладеть по мере сил мировоззренческим аспектом данной науки.

В соответствии с требованиями учебного плана [4] лекционный материал обычно излагается сжато, и в восприятии студента остается много пробелов. Поэтому практические занятия призваны не только помочь студенту приобрести навыки применения методов квантовой механики к конкретным задачам, но и расширить границы понимания мира, сформировав представление о квантовой реальности. Не так важно, какая интерпретация квантовой механики используется, лишь бы она не была «никакой» (см. выше), чтобы студент задавался вопросом о природе используемых математических объектов.

Преподаванию квантовой механики посвящено бесчисленное множество работ, упомянем здесь диссертационную работу [5], в которой подробно изучались вопросы методики изучения квантовой механики и методы решения задач с использованием информационных технологий. Нашей целью является конкретизация и углубление теоретических знаний, полученных студентами на лекции.

Мы будем рассматривать в качестве примера одно из первых (при прохождении курса) практических занятий, которое включает задания на применение волновой функции, в том числе к нахождению средних значений физических величин, предполагающие осмысление используемых понятий. На занятии также проверяются: знание квантовых операторов физических величин, умение использовать их при решении конкретных задач и навыки использования математического аппарата.

Занятие начинается с обзора обязательных теоретических вопросов, необходимых для решения намеченных задач [6–10].

1. Вводится понятие волновой функции состояния квантового объекта (частицы) [6–10]: волновая функция $\Psi(\sigma, t)$ (вектор состояния) – комплексная функция координат и времени (σ – совокупность обобщенных координат), описывающая состояние квантовомеханической системы. Уместно посвятить время рассмотрению различных подходов к интерпретации волновой функции.

Необходимо отметить, что знание волновой функции позволяет получить максимально полные сведения о системе, принципиально достижимые в микромире. Хотя сама волновая функция не имеет физического смысла, с ее помощью можно рассчитать все измеряемые

физические характеристики системы, вероятность пребывания ее в определенном объеме V пространства, $W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV$, и эволюцию во времени.

2. Поскольку характер поведения микрочастицы определяется законами вероятности и волновая функция рассматривается как амплитуда вероятности, согласно копенгагенской интерпретации, плотность вероятности есть вещественная величина $|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$ (* – комплексное сопряжение). Исходя из того что вероятность обнаружить частицу с данной волновой функцией во всем бесконечном пространстве (либо в другой заданной области определения функции) равна единице, можно ввести условие нормировки волновой функции, позволяющее определить постоянную нормировки:

$$\int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV = 1. \quad (1)$$

3. В квантовой механике результаты измерения физической величины в серии одинаковых опытов могут различаться в отличие от классического случая. Поэтому подход к результатам измерения физических величин в квантовой механике носит вероятностный, статистический характер (см., например, [11]). Динамической переменной нельзя приписать определенного значения, но всегда можно приписать определенную вероятность, и если произвести многократные измерения какой-либо динамической переменной системы, находящейся в состоянии с известной волновой функцией, то на основании результатов этих измерений можно определить среднюю величину.

Среднее значение (математическое ожидание) некоторой физической величины F микрообъекта в известном квантовом состоянии Ψ вычисляется с помощью оператора \hat{F} , соответствующего измеряемой величине (интегрирование ведется по всей области определения функции):

$$\langle F \rangle = \int \Psi^* \hat{F} \Psi dV. \quad (2)$$

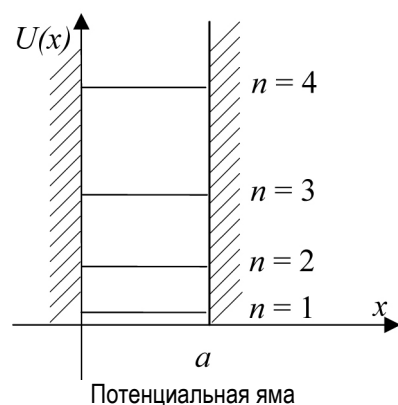
4. Далее определяются (в координатном представлении) операторы основных физических величин и основные правила алгебраических действий над операторами: так, оператор координаты есть $\hat{r} = \vec{r}$; оператор импульса $\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$ (\hbar – постоянная Планка, $\vec{\nabla}$ – оператор Лапласа).

5. Приводится соотношение неопределенностей Гейзенберга $\Delta x \cdot \Delta p_x \leq \hbar/2$. Согласно этому соотношению невозможно, в отличие от классической механики, одновременно определить абсолютно точно значение координаты и импульса частицы (канонически сопряженные параметры). С повышением точности измерения координаты точность измерения импульса уменьшается и наоборот.

Далее обучающимся предлагается выполнить серию практических заданий, в которых используются введенные выше понятия.

Рассмотрим частицу с массой m , движущуюся в одномерной потенциальной яме шириной a с бесконечно высокими стенками (рисунок). Решение уравнения Шредингера приводит к квантованию энергии частицы:

$$E_n = \frac{1}{2m} \left(\frac{\pi n \hbar}{a} \right)^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$



Энергетические уровни схематически изображены на рисунке. Волновые функции, соответствующие энергетическому спектру (3), имеют вид:

$$\Psi(x) = C \cdot \sin\left(\frac{\pi nx}{a}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Задание 1. Определить постоянную нормировки C для частицы в состоянии, описанном волновой функцией вида (4) на интервале $0 \leq x \leq a$.

Решение: частица локализована в конечной области пространства. Поэтому используем условие нормировки (1) на интервале $0 \leq x \leq a$ (для одного пространственного измерения):

$$\int_0^a |\Psi|^2 dx = C^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi nx}{a}\right) dx = \frac{C^2}{2} \int_0^a \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi nx}{a}\right)\right) dx = C^2 \frac{a}{2} = 1, \Rightarrow C = \sqrt{\frac{2}{a}}.$$

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi nx}{a}\right). \quad (6)$$

Задание 2. Найти среднее значение $\langle x \rangle$ координаты x и дисперсию частицы $\Delta x = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$, описываемой волновой функцией (6), в потенциальной яме (см. рисунок) в n -м стационарном состоянии.

Решение. Частица совершает одномерное движение на интервале $0 \leq x \leq a$. В соответствии с выражениями для среднего значения физической величины (2) и для оператора координаты получим:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_0^a \Psi^* \hat{x} \Psi dx = \frac{2}{a} \int_0^a x \sin^2\left(\frac{\pi nx}{a}\right) dx = \frac{1}{a} \int_0^a x \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi nx}{a}\right)\right) dx = \\ &= \frac{a}{2} - \frac{a}{2\pi n} \cdot \left(x \sin\left(\frac{2\pi nx}{a}\right) \Big|_0^a - \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi nx}{a}\right) dx \right) = \frac{a}{2}. \end{aligned}$$

Мы видим, что частица, вероятнее всего, будет локализована вблизи середины интервала. Этот результат совпадает со средним значением координаты классической частицы.

Дисперсия координаты x определяется формулой $(\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$. Приведем, опуская детали вычисления, среднее значение квадрата координаты в состоянии (6):

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2}{a} \int_0^a x^2 \sin^2\left(\frac{\pi nx}{a}\right) dx = a^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2(\pi n)^2} \right).$$

Заметим, что в классическом случае мы получили бы $\langle x^2 \rangle = a^2/3$: это значение, согласно принципу соответствия Бора, можно получить из квантового результата, если квантовые числа велики, т. е. устремив n к бесконечности. Найдем дисперсию:

$$(\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = \frac{a^2}{12} \left(1 - \frac{6}{(\pi n)^2} \right). \quad (7)$$

Задание 3. Найти среднее значение импульса $\langle p_x \rangle$ и дисперсию импульса $(\Delta p)^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2$ частицы в потенциальной яме (см. рисунок), описываемой волновой функцией (6), в n -м стационарном состоянии. Масса частицы m .

Решение. По аналогии с предыдущим найдем среднее значение импульса:

$$\langle p_x \rangle = \int_0^a \Psi^* \hat{p}_x \Psi dx = \frac{2}{a} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi nx}{a}\right) (-i\hbar) \frac{d}{dx} \sin\left(\frac{\pi nx}{a}\right) dx = -i\hbar \frac{1}{a} \sin\left(\frac{\pi nx}{a}\right) \Big|_0^a = 0.$$

Проекция импульса оказалась равной нулю. То же самое мы получили бы и в классической задаче, но здесь мотивация будет другой. Можно доказать из общих принципов, что импульс не имеет строго определенного значения в состоянии с определенной энергией, или иначе: в любом стационарном состоянии дискретного спектра среднее значение импульса равно нулю.

Вычислим среднее значение квадрата импульса и дисперсию:

$$\begin{aligned} (\Delta p)^2 &= \langle p_x^2 \rangle = \int_0^a \Psi^* \hat{p}_x^2 \Psi dx = \frac{2}{a} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right) (-i\hbar)^2 \left(\frac{d}{dx}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right) dx = \\ &= \frac{2}{a} \hbar^2 \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi n x}{a}\right) dx = \left(\frac{\pi n \hbar}{a}\right)^2 = 2mE. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь E – выражение (3). Классический расчет дает тот же результат $2mE$, согласно принципу соответствия, но энергия понимается как $E = p^2/2m$.

Задание 4. Показать, что произведение неопределенностей координаты и соответствующей проекции импульса частицы, находящейся в поле потенциальной ямы (рис. 1), с волновой функцией (6), в n -м стационарном состоянии подчиняется неравенству $\Delta x \cdot \Delta p_x \leq \hbar/2$.

Решение. Используем формулы (7) и (8) для дисперсий координаты и импульса:

$$(\Delta x)^2 \cdot (\Delta p)^2 = \frac{a^2}{12} \left(1 - \frac{6}{(\pi n)^2}\right) \cdot \left(\frac{\pi n \hbar}{a}\right)^2 = \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{(\pi n)^2}{3} - 2\right) \Rightarrow \Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

(даже для $n = 1$ выражение в скобках неотрицательно, а для значений $n = 2, 3, 4, \dots$ тем более). Подтвердили соотношение неопределенностей Гейзенберга для частицы в потенциальной яме.

При решении заданий студент наполняет конкретным содержанием пока еще не освоенный формализм квантовой механики, знакомится с новыми понятиями, «наводя мосты» от классических понятий к квантовым. Небольшая иллюстрация применения волновой функции для получения наглядных результатов помогает студенту привыкнуть к новым объектам и актуализировать свои математические навыки.

Рассмотренное в качестве примера практическое занятие дает возможность систематизировать полученный на лекциях объем знаний (по данному разделу), увидеть, что «абстрактные» конструкции и вероятностный подход согласованы с эмпирическими данными и позволяют определить параметры квантовых объектов, усвоить алгоритм решения практических задач. Разъяснение основных понятий теоретического материала облегчит студентам бакалавриата адаптацию к новой для них концепции, позволит на начальном этапе изучения квантовой механики от абстрактных формул прийти к вполне конкретным физическим результатам. В дальнейшем данные знания и навыки позволят студентам легче ориентироваться при изучении более сложных задач, таких как исследование основных квантовых моделей [9, 10].

Список литературы

1. Образовательная программа высшего образования. Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)». Направленности (профили) «Математика и информатика», «Математика и физика». Томск: ТГПУ, 2016. 11 с. URL: https://www.tspu.edu.ru/files/sveden/education/obr-prog/44.03.05_Matematika_i_Fizika/OP_44.03.05_PO.pdf (дата обращения: 09.02.2018).
2. Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. М.: Мир, 1989. 490 с.

3. Tegmark M. The Interpretation of Quantum Mechanics: Many Worlds or Many Words? // Fortsch. Phys. 1998. Vol. 46. P. 855–862.
4. Рабочий учебный план по программе бакалавриата. Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)». Направленности (профили) «Математика и физика». Томск: ТГПУ, 2018. 18 с. URL: https://www.tspu.edu.ru/files/sveden2/opop/2018-2019/FMF440305_PO2prof_MatemFiz/481/UP/UP.pdf (дата обращения: 09.02.2018).
5. Тяжелникова О. Ю. Методика обучения решению задач по квантовой механике студентов педагогических вузов с использованием систем символьных вычислений: дис. ... канд. пед. наук. Нижний Тагил, 2006. 214 с.
6. Азоркина О. Д. Теоретическая физика. Модуль: квантовая механика: учеб. пособие для вузов. Томск: ТГПУ, 2014. 79 с.
7. Азоркина О. Д. Теоретическая физика. Модуль: квантовая механика: сб. задач. Томск: ТГПУ, 2014. 27 с.
8. Савельев И. В. Основы теоретической физики: учеб. для вузов в 2 т. Т. 2. Квантовая механика. Санкт-Петербург: Лань, 2005. 430 с.
9. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика: учеб. пособие в 10 т. Т. 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Физматлит, 2004. 800 с.
10. Давыдов А. С. Квантовая механика: учеб. пособие для вузов. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 703 с.
11. Радченко И. Н. Нахождение средних значений физических величин: методические указания к проведению семинарского занятия № 4 по курсу общей физики. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. 12 с.

Азоркина Олеся Демидовна, кандидат физико-математических наук, доцент, Томский государственный педагогический университет (ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061).
E-mail: azorkina@tspu.edu.ru

Кириллова Елена Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Томский государственный педагогический университет (ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061).
E-mail: elena@tspu.edu.ru

Материал поступил в редакцию 19.02.2019.

DOI 10.23951/2307-6127-2019-3-48-54

METHODICAL ASPECTS OF SOLVING PROBLEMS IN PRACTICAL CLASSES IN THEORETICAL PHYSICS, MODULE: QUANTUM MECHANICS

O. D. Azorkina, E. N. Kirillova

Tomsk State Pedagogical University, Tomsk, Russian Federation

The paper discusses some methodological aspects of teaching the course Theoretical Physics in pedagogical universities (bachelor degree). Theoretical physics describes the most general laws of nature and allows us to form a general idea of the world. In addition, the study of sections of theoretical physics contributes to the development of a research approach among students. This discipline is the basis of the theoretical training of the future teachers of physics. In this paper, we propose methods for adapting complex lecture material to the theoretical training of future physics teachers, using as an example one of the important modules of the course in theoretical physics Quantum Mechanics. This adaptation is relevant for students of pedagogical universities, since the theoretical foundations of quantum mechanics are not easily acquired knowledge for students, but they create a good intellectual base for future teachers. The paper offers examples of tasks for practical exercises aimed at clarifying the basic theoretical concepts and consolidating the knowledge gained in lectures. Tasks involve the use of quantum operators for the study of a quantum system, using the probabilistic approach. Students are invited to determine the normalization constant of the wave function, the average value of the coordinate, momentum and kinetic energy. The

described approach will allow bachelor students at the initial stage of studying quantum mechanics to learn an algorithm for solving practical problems of the discipline under study and to arrive at quite concrete physical results from abstract formulas: determining the coordinate of a quantum object, its momentum or kinetic energy.

Keywords: *physical and mathematical sciences, theoretical physics, quantum mechanics, quantum states, wave functions, average values of physical quantities, operators of physical quantities, normalization of the wave function, teaching quantum mechanics, training future physics teachers.*

References

1. *Obrazovatel'naya programma vysshego obrazovaniya. Napravleniye podgotovki: 44.03.05 "Pedagogicheskoye obrazovaniye (s dvumya profilyami podgotovki)". Napravlenosti (profili) "Matematika i informatika", "Matematika i fizika"* [Educational program of higher education. Direction of training: 44.03.05 "Pedagogical education (with two training profiles)". Orientation (profiles) "Mathematics and Informatics", "Mathematics and Physics"]. Tomsk, TSPU Publ., 2016. 11 p. (in Russian). URL: https://www.tspu.edu.ru/files/sveden/education/obr-prog/44.03.05_Matematika_i_Fizika/OP_44.03.05_PO.pdf (accessed 9 February 2018).
2. Sadberi A. *Kvantovaya mekhanika i fizika elementarnykh chastits* [Quantum Mechanics and Particle Physics]. Moscow, Mir Publ., 1989. 490 p. (in Russian).
3. Tegmark M. The Interpretation of Quantum Mechanics: Many Worlds or Many Words? *Fortsch. Phys.*, 1998, vol. 46, pp. 855–862.
4. *Rabochiy uchebnyy plan po programme bakalavriata. Napravleniye podgotovki: 44.03.05 "Pedagogicheskoye obrazovaniye (s dvumya profilyami podgotovki)". Napravlenosti (profili) "Matematika i fizika"* [The working curriculum for the undergraduate program. Direction of training: 44.03.05 "Pedagogical education (with two training profiles)". Orientation (profiles) "Mathematics and Physics"]. Tomsk, TSPU Publ., 2018. 18 p. (in Russian). URL: https://www.tspu.edu.ru/files/sveden2/opop/2018-2019/FMF440305_PO2prof_MatemFiz/481/UP/UP.pdf (accessed 9 February 2018).
5. Tyazhel'nikova O. Yu. *Metodika obucheniya resheniyu zadach po kvantovoy mekhanike studentov pedagogicheskikh vuzov s ispol'zovaniyem sistem simvol'nykh vychisleniy*. Dis. kand. ped. nauk [Methods of teaching solving problems in Quantum Mechanics to students of pedagogical universities with the use of symbolic computing systems. Diss. cand. ped. sci.]. Nizhniy Tagil, 2006. 214 p. (in Russian).
6. Azorkina O. D. *Teoreticheskaya fizika. Modul': kvantovaya mekhanika: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Theoretical Physics. Module: Quantum Mechanics: textbook for universities]. Tomsk, TSPU Publ., 2014. 79 p. (in Russian).
7. Azorkina O. D. *Teoreticheskaya fizika. Modul': kvantovaya mekhanika: sbornik zadach* [Theoretical Physics. Module: Quantum Mechanics: collection of problems]. Tomsk, TSPU Publ., 2014. 27 p. (in Russian).
8. Savel'yev I. V. *Osnovy teoreticheskoy fiziki: uchebnik dlya vuzov v 2 t. T. 2. Kvantovaya mekhanika* [Fundamentals of Theoretical Physics: textbook for universities in 2 volumes. Vol. 2. Quantum mechanics]. Saint Petersburg, Lan' Publ., 2005. 430 p. (in Russian).
9. Landau L. D., Livshits Ye. M. *Teoreticheskaya fizika: ucheb. posobiye v 10 t. T. 3. Kvantovaya mekhanika (nerelyativistskaya teoriya)* [Theoretical Physics: textbook. Manual in 10 volumes. Vol. 3. Quantum mechanics (non-relativistic theory)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 800 p. (in Russian).
10. Davydov A. S. *Kvantovaya mekhanika: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Quantum Mechanics: manual for universities]. Saint Petersburg, BkhV-Petersburg Publ., 2011. 703 p. (in Russian).
11. Radchenko I. N. *Nakhozhdeniye srednikh znacheniy fizicheskikh velichin: metodicheskiye ukazaniya k provedeniyu seminar'nogo zanyatiya no. 4 po kursu obshchey fiziki* [Finding the averages of physical quantities: guidelines for conducting a seminar lesson number 4 in the course of general physics]. Moscow, MSTU N. E. Bauman Publ., 2014. 12 p. (in Russian).

Azorkina O. D., Tomsk State Pedagogical University (ul. Kiyevskaya, 60, Tomsk, Russian Federation, 634061). E-mail: azorkina@tspu.edu.ru

Kirillova E. N., Tomsk State Pedagogical University (ul. Kiyevskaya, 60, Tomsk, Russian Federation, 634061). E-mail: elena@tspu.edu.ru