

УДК 372.851

DOI 10.23951/2307-6127-2021-3-172-185

## КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В 1-М КЛАССЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ

А. А. Никитин<sup>1,2</sup>, О. А. Никитина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск*

<sup>2</sup> *Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

Преподавание математики, начиная с начальной школы, должно отражать общемировые тенденции развития математической и педагогической научной мысли и представлять собой проекцию математической науки на школьное обучение. Авторы разрабатывают направления обучения математике в 1-м классе на основании Федерального государственного образовательного стандарта с учетом разбиений на элементы знаний. На основании этого описывается структура и формирование содержания разрабатываемого учебника по главам. Теоретическая часть должна позволять учащимся получать ответы на контрольные вопросы, помогать решать одновариантные и многовариантные тесты, задачи и упражнения. Определяемые авторами концептуальные направления обучения математике в 1-м классе обеспечивают формирование фундамента вертикали математического образования в 11-х классах общеобразовательной школы.

**Ключевые слова:** *начальное общее образование, преподавание, математика, элемент знаний.*

Математика – одна из основополагающих дисциплин школьного образования. Более того, можно говорить о том, что математика является элементом массовой культуры. Традиционно на математику отводится количество часов, сопоставимое с количеством часов на изучение русского языка.

Преподавание математики, начиная с 1-го класса начальной общеобразовательной школы, должно отражать общемировые тенденции развития математической и педагогической научной мысли и представлять собой проекцию математической науки на школьное обучение без искажений и упрощений.

Возникновение, развитие и поддержание интереса к математике начинаются с формирования ясных и непротиворечивых представлений об изучаемом предмете. Поэтому содержание обучения должно быть построено таким образом, чтобы логика восприятия вновь вводимых понятий была последовательной, имелась возможность неоднократного обращения к изучаемой теме и с целью контроля усвоения знаний существовал набор заданий различного вида, преобразующий изученный материал в прочные знания.

В связи с этим учащиеся должны иметь возможность учиться по учебнику, в котором излагается изучаемая тема, приводятся примеры, отражающие окружающую действительность, связанные с этой темой, а также имеются задания, позволяющие проводить рассуждения, делать умозаключения и выводы с целью усвоения и закрепления пройденного материала. Учебник необходим для того, чтобы научить новым элементам знаний и сделать их привычными для учащихся. Читая книгу, мы внимательно следим за героями и развитием сюжета. Точно так же, читая учебник, учащийся должен видеть, как вводятся понятия и раскрываются все новые и более сложные взаимосвязи, приводящие к формированию цельной картины для восприятия. Учебник должен быть построен так, чтобы учащиеся мо-

гли не только с помощью учителя или взрослых изучать его, но и самостоятельно разобратся и освоить изучаемый материал.

А. А. Никитиным, А. П. Ефремовым, И. В. Силантьевым в 2006 г. было введено понятие эпистемы с точки зрения педагогики как некоторой условной единицы измерения [1, с. 4]. В дальнейших исследованиях эпистема стала рассматриваться как элемент знаний в применении к процессам обучения и формирования знаний в целом [2, с. 6]. На основании этого стало возможным с единой точки зрения формировать и сопоставлять элементы знаний, определять качественные и количественные характеристики состояния, развития и перспективного видения различных звеньев содержания образования и организации процесса обучения, в том числе формировать стандарты, учебные программы, планы, учебники и другие элементы педагогического и методического сопровождения обучения, принимая во внимание равномерность и равнозначность элементов знаний с учетом времени их изложения и усвоения [3].

Подходя к написанию учебника с точки зрения разбиений на элементы знаний, когда каждый пункт изложения содержит одну новую идею для изучения, открывается естественная возможность формировать траектории математических знаний. С этим связана идея составления иерархических многовариантных тестов, когда формируются цепочки, звеньями которых являются условия теста, ответы и соответствующие выводы [4]. Всякий иерархический тест эквивалентен подходящему одноуровневому многовариантному тесту, где вариантами предлагаемых решений являются истинные или ложные иерархические тесты. Такие траектории математических знаний и иерархические тесты, имеющие заданный диапазон, то есть глубину и широту изучения той или иной темы, открывают возможность преобразования их в различные виды мультимедийных форм, включая презентации, видеоролики, тестирующие модули и другие вновь возникающие средства представления и визуализации, а также использование достижений искусственного интеллекта.

Математическое обучение в начальной школе носит общегуманитарный характер, так как математика учит размышлять, точно формулировать мысли, развивать умение следовать правилам, рассуждать, делать выводы и принимать самостоятельные решения.

Авторы поставили перед собой цель так сформатировать обучение в 1-м классе и в начальной школе в целом, чтобы это согласовывалось с концепцией обучения, предложенной авторами многоуровневых учебников по математике для 5–11-х классов общеобразовательной школы [5–10].

При обучении математике в 1-м классе можно определить 6 основных направлений, которые обеспечивают выполнение Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС).

*Первое направление* отражает счет натуральных чисел по возрастанию и убыванию, прямой и обратный счет чисел, использование прямого и обратного счета при определении действий сложения и вычитания, а также включает интерпретацию этого при помощи линейки. В связи с этим рассматриваются элементы, используемые при сложении и вычитании: сумма, слагаемые, разность, уменьшаемое, вычитаемое и их взаимосвязи, изучаются свойства равенств чисел, переместительное свойство сложения, рассматриваются таблицы сложения и вычитания чисел. Для натуральных чисел от 1 до 20 и числа 0 определяются количественные и порядковые числа, изучается перечисление, упорядочивание, сравнение этих чисел, осуществляется нахождение неизвестного компонента сложения, в том числе с использованием метода подбора, моделирование и решение текстовых задач в одно действие на сравнение, сложение и вычитание, счет двойками, пятерками, происходит знакомство с понятиями четности и нечетности чисел, рассматривается разбиение четного числа

пополам. Важным элементом обучения в 1-м классе является заучивание таблиц сложения и вычитания в пределах от 0 до 20.

*Второе направление* связано с изучением положения предметов, в том числе с установлением соотношений «слева» и «справа», «перед» и «за», «над» и «под», «между», а также «право» и «лево» с точки зрения другого человека, с движением влево/вправо, вверх/вниз, в противоположных направлениях. Кроме того, рассматриваются примеры связей между объектом и его отражением, а также копирование на клетчатой бумаге изображений, составленных из точек и отрезков.

*Третье направление* относится к знакомству с геометрическими фигурами: точка, отрезок, прямая, плоскость, угол между отрезками, треугольник, прямой угол, прямоугольник, квадрат, четырехугольник, многоугольник, окружность, круг, куб, сфера, шар. Приводятся некоторые свойства этих фигур.

*Четвертое направление* относится к сравнению объектов по величине и по количеству, знакомству с клетчатой бумагой, изучению понятия эталона и рассмотрению примеров эталонов, использованию единиц измерения длины, в том числе сантиметра, дециметра, и соотношения между ними, знакомству со старинными русскими мерами длины. Один и тот же отрезок может иметь разную длину при использовании разных эталонов измерения. Тем самым определяются связи между понятием отрезка и свойствами длины отрезка. Кроме того, рассматривается сравнение объектов по длине с установлением между ними соотношений: «длиннее/короче», «выше/ниже», «шире/уже», выполняется разностное сравнение длин «больше на/меньше на».

*Пятое направление* относится к рассмотрению наборов элементов, пересечений наборов, включений в набор, возможностей классифицировать и группировать элементы по признакам, а также к рассмотрению видов элементарных логических высказываний, в том числе верных (истинных), неверных (ложных), неопределенных.

*Шестое направление* связано с введением понятия алгоритма, выполнением простейших алгоритмов вычислений, измерений длины, построений геометрических фигур.

Эти направления тесно связаны между собой, иногда переплетаются, иногда служат развитием друг друга.

Учитывая эти направления учебник по математике для 1-го класса должен иметь определенную структуру. В нем должна быть выстроена общая логика первоначального изучения математики с учетом логики изучения математики в 5–11-м классах с целью формирования единой вертикали математического образования в 1–11-м классах.

В связи с этим нецелесообразно производить перестановку теоретического материала так как последующее изложение, как правило, опирается на предыдущий материал и при перестановках может быть утеряна логика изложения. Пропуски изучаемого материала могут также приводить к логическим разрывам в восприятии.

Разрабатываемый учебник состоит из глав, которые состоят из параграфов, параграфы состоят из пунктов. В учебнике содержатся предметный указатель, ответы и указания к задачам и упражнениям, а также подробное оглавление.

Каждая глава содержит от одного до шести параграфов.

Каждый параграф включает не более 6 пунктов материала для изучения. Один пункт теоретического материала содержит либо одну новую идею для изучения, либо набор взаимосвязанных понятий, определяющих одну новую идею для изучения. Отдельные пункты относятся к повышенному уровню трудности и сложности для данного года обучения. Тем не менее они важны и полезны для полноты и соблюдения требований ФГОС.

Каждый пункт теоретического материала завершается открытым вопросом. Такие вопросы к пунктам являются составной частью теоретического материала, развивают материал пункта или указывают на примеры практического применения материала, рассматриваемого в пункте. Ответы на открытые вопросы могут напрямую не содержаться в тексте пункта. В результате от учащихся можно ожидать разнообразных правильных ответов.

Каждый параграф завершается набором контрольных вопросов к теоретическому материалу. Контрольные вопросы фиксируют то, какие основные идеи изложены в параграфе. Ответы на эти вопросы всегда содержатся в тексте изучаемого параграфа.

Необходимо требовать от учащихся ответов на все открытые вопросы к пунктам и все контрольные вопросы, так как эти вопросы относятся к понятиям и свойствам, которые изучаются и должны быть усвоены.

Реализация отдельных идей перенесена в тесты, задачи и упражнения с целью уменьшения объема текста теоретического материала, поэтому тесты, задачи и упражнения являются составной частью изучаемого материала.

К каждому параграфу предлагаются 2 одновариантных теста, которые имеют только один верный ответ. Кроме того, к каждому параграфу предлагаются 2 многовариантных теста, которые имеют два, три или четыре верных варианта ответа. При рассмотрении многовариантных тестов требуется обязательное исследование как всех верных, так и всех неверных ответов и обоснование всех верных и неверных ответов. Многовариантный тест считается решенным только в том случае, когда правильно указаны все верные варианты ответов и определены все неверные варианты ответов.

К каждому параграфу предлагаются 8 задач и упражнений. Задачи и упражнения представляют собой различные применения теоретической части параграфа. В учебнике приведены ответы к задачам и упражнениям, в некоторых случаях приводятся указания к решению задач.

Обратим внимание, что все тесты, задачи и упражнения имеют непосредственное отношение к теоретическому материалу параграфа и направлены на усвоение, контроль и закрепление в памяти изучаемых в параграфе понятий и свойств. Тесты, задачи и упражнения позволяют учащимся увидеть многообразие использования понятий и свойств в практической жизни. При этом изложение материала построено так, что рассмотренные ранее понятия принимаются как известные и дальнейшее изложение опирается на эти понятия. В результате происходит повторение учебного материала, обращение к ранее изученным понятиям и обнаруживаются их новые взаимосвязи.

Ответы на тесты, задачи и упражнения могут непосредственно следовать из теоретического материала или расширять угол зрения на изучаемые понятия. Это приучает учащихся размышлять над поставленными вопросами.

Предполагается, что учащиеся должны знать решения всех тестов, всех задач и упражнений к параграфам, так как отдельные идеи, встречающиеся в тестах, задачах и упражнениях, в дальнейшем получают развитие как в теории, так и в других тестах, задачах и упражнениях.

Заметим при этом, что встречаются тесты, задачи и упражнения повышенного уровня трудности и сложности, которые требуют дополнительных размышлений и ответ на которые сразу не очевиден или требует нескольких этапов рассуждений. Такие тесты, задачи и упражнения отмечены знаком «\*».

Изложение материала в учебнике подкрепляется разнообразными примерами, которые формируют ассоциации с практическими жизненными ситуациями. При этом, в частности, используются картины известных художников, литературные примеры, включая, сказки,

пословицы, загадки, былины, а также различные игровые и бытовые обстоятельства. Это позволяет формировать межпредметные связи математики с русским языком, физикой, историей, географией, биологией, физической культурой, искусством и музыкой. В качестве примеров используются элементы патриотического воспитания, включая праздники России и достижения нашей страны.

В учебнике есть рисунки двух типов: одни – для образного восприятия и оживления текста, на другие рисунки непосредственно опираются теоретический материал, тесты, задачи и упражнения.

Таблицы и рисунки в тексте учебника намеренно обозначены буквами русского алфавита. Это позволяет дополнительно закреплять знания последовательности букв в алфавите.

Вновь вводимые математические понятия выделены наклонным шрифтом и приведены в предметном указателе учебника с указанием номера страницы, на которой они встречаются. Некоторые определения и правила заключены в «рамочки» и требуют запоминания и знания наизусть.

Авторы считают, что предварительное самостоятельное чтение предстоящих для изучения тем или чтение их со взрослыми является одним из важных элементов обучения в целом. Включение предварительного чтения в домашнее задание способно повысить уровень усвоения на уроках, поможет учащимся преодолевать боязнь нового материала и укрепит их психологическую уверенность в изучении математики.

Учебник по математике для 1-го класса сопровождается книгой для учителя, в которой раскрываются замысел и содержание учебника с целью одинакового восприятия учебного материала авторами учебника, учителями и учащимися. В связи с этим предпринимается попытка реализовать следующие возможности:

- довести до учителей видение изложения учебного материала авторами;
- предоставить учителю возможность изложения учебного материала, соответствующего изложению в учебнике;
- дать возможность учащимся осваивать учебный материал, используя учебник и помощь учителя.

Реализация этих возможностей позволяет получать математические знания на высоком уровне, соответствующем общепринятой мировой практике.

Учащиеся начальной школы обладают предварительными, часто интуитивными, знаниями о людях, животных, предметах, об устройстве мира вокруг них, поэтому при изложении основное внимание уделяется образному восприятию. В связи с этим ознакомительно рассматриваются некоторые примеры геометрических фигур и понятий, приводятся числовые примеры и рассматриваются такие математические понятия, как направление, последовательность, сравнение.

Для того чтобы общее утверждение стало понятным, иногда требуются разъяснительные примеры, которые создают необходимые ассоциации. Процесс привыкания к новым понятиям осуществляется постепенно на простейших примерах с многократным повторением, а введение новых идей базируется на проведении аналогий с изученным ранее или имеющимися у учащихся знаниями.

Натуральные числа (от лат. *naturalis* – естественный) – это естественные числа, возникающие при счете. В частности, знакомство с натуральными числами от 1 до 9 позволяет определять количественные и порядковые числа, устанавливать перечисление, упорядочивание и сравнение этих чисел, объяснять введение арифметических действий сложения и вычитания, рассматривать устройство таблиц. Акцент делается на перечисление и порядок следования натуральных чисел от 1 до 9. На вопрос «Сколько?» помогают отвечать количе-

ственные числа. Для натуральных чисел от 1 до 9 происходит их отождествление с обозначением при помощи цифр. Число «один» отождествляется с записью цифрой 1, число «два» отождествляется с записью цифрой 2 и так далее. На вопрос «Который по счету?» отвечают порядковые числа. Поэтому, например, запись «1» несет в себе несколько смыслов – это и цифра, обозначающая число 1, это и запись количественного числа «один», это и запись порядкового числа «первый».

Используя порядок следования чисел от 1 до 9, определяется счет по возрастанию для этих чисел. На примерах рассматриваются числа, которые являются соседними и которые не являются соседними для чисел от 1 до 9. Последовательный счет чисел, среди которых каждые два числа являются соседними числами и расположены по возрастанию, называется прямым счетом. Приводятся примеры счета по возрастанию, которые не являются прямым счетом. При помощи прямого счета определяется сравнение вида «меньше» для натуральных чисел от 1 до 9: натуральное число, которое встречается при прямом счете раньше, будет меньше натурального числа, которое встречается при прямом счете позднее. Вводится количественное число нуль, его обозначение при помощи цифры 0 и нулевое порядковое число. Определяется, что число 0 меньше любого натурального числа.

В окружающем мире объекты располагаются вокруг нас по-разному. Определение местоположения объектов относительно друг друга может быть: слева, справа, под, над, между. В связи с этим можно также устанавливать «право» и «лево» для другого человека. Рассматриваются простейшие геометрические фигуры: точка, отрезок, а также примеры частей плоскости. Рассматриваются различные направления движения: влево, вправо, вверх, вниз. В результате при движении по отрезку от его начала к его концу необходимо знать, во-первых, точку, из которой производится движение, во-вторых, в каком направлении двигаться и, в-третьих, отрезок, который следует пройти. Устанавливается связь между объектом и его отражением. В связи с этим приводятся примеры симметричных фигур и определяется, что фигура на листе бумаги является симметричной, если можно провести такой отрезок, что, перегнув лист по этому отрезку, получившиеся две части фигуры совпадут.

Объясняется, как устроена ученическая линейка: как поставлены большие метки на линейке, что является началом измерений на линейке, какие большие метки являются соседними, как определяются промежутки между большими метками. Если двигаться по линейке вправо по большим меткам, то числа возрастают, получаем прямой счет чисел. Определяется счет по убыванию и обратный счет чисел от 9 до 0. Последовательный счет чисел, среди которых каждые два числа являются соседними числами и расположены по убыванию, называется обратным счетом. При помощи сравнения вида «меньше» определяется сравнение вида «больше». Отмечается, что любое натуральное число больше нуля. Определяется, что из двух чисел то число больше, которое находится на линейке правее. Рассматриваются примеры определения наибольшего числа и наименьшего числа из набора чисел.

Учащиеся знакомятся с арифметическим действием сложения, с записью числовых выражений с использованием знака плюс «+» и знака равенства «=». Определяются и различаются компоненты и результаты действий сложения – слагаемые и сумма слагаемых. Обратим внимание, что словосочетание «сумма слагаемых» может пониматься в двух смыслах: под суммой слагаемых подразумевается либо значение суммы, либо запись слагаемых, связанных знаком «+». Формулируется переместительное свойство чисел при сложении, знание и понимание смысла которого должно стать органичной частью математической культуры человека. При изучении действия сложения необходимо учитывать свойства равенств числовых выражений. Эти свойства учащимся необходимо знать наизусть. Рассматриваются свойства числа 0 при сложении.

Разбирается устройство таблиц: что такое строки, столбцы и ячейки таблицы. Объясняется, как происходит внесение данных и извлечение данных из таблиц. Формируется общая таблица сложения для чисел в пределах от 0 до 3. Подробное рассмотрение таблиц сложения на числах в пределах от 0 до 3 с учетом переместительного свойства сложения позволяет в дальнейшем распространить это свойство на числа в пределах от 4 до 9 и далее.

Анализируется представление чисел от 4 до 9 в виде суммы двух натуральных чисел. Формулируется переместительное свойство сложения для чисел в пределах от 4 до 9, при этом учитываются свойства нуля при сложении. В результате рассматривается сумма двух натуральных чисел, а также сумма нуля и натурального числа. На основании этого строятся таблицы сложения чисел в пределах от 0 до 9, рассматривается внесение и извлечение данных из таблиц. Подчеркивается, что таблицы сложения чисел в пределах от 0 до 9 необходимо учить наизусть.

Вводится арифметическое действие вычитания. Рассматривается запись числовых выражений с использованием знака минус « $-$ » и знака равенства « $=$ ». Определяются и различаются компоненты и результаты действий вычитания – уменьшаемое, вычитаемое, разность. Под разностью подразумевается либо значение этой разности, либо запись уменьшаемого и вычитаемого, связанных знаком « $-$ ». Определяется, что уменьшаемое равно сумме разности и вычитаемого. Рассматриваются свойства числа 0 при вычитании. Формируется общая таблица вычитания для чисел в пределах от 0 до 3, когда разность чисел является натуральным числом или нулем.

После того как на числах в пределах от 0 до 3 введено действие вычитания и построены соответствующие таблицы вычитания, по аналогии рассматривается вычитание из чисел от 4 до 9 и от 0 до 9 и построение общей таблицы вычитания для чисел от 0 до 9, когда разность равна натуральному числу или нулю. При этом рассматривается внесение и извлечение данных из таблицы и разностное сравнение натуральных чисел от 0 до 9, где уменьшаемое больше вычитаемого.

Учащиеся должны прийти к пониманию того, что сложение двух чисел связано с прямым счетом чисел, а вычитание двух чисел связано с обратным счетом чисел. Для нахождения суммы двух натуральных чисел при помощи прямого счета необходимо к первому натуральному числу прибавить число 1 в количестве, равном второму натуральному числу. Для вычитания из первого натурального числа второго натурального числа при помощи обратного счета необходимо из первого натурального числа вычесть число 1 в количестве, равном второму натуральному числу. Разбирается использование двух ученических линеек при сложении и вычитании для чисел в пределах от 0 до 9. Использование линеек позволяет наглядно увидеть, как производятся действия сложения и вычитания, а также взаимосвязи действий сложения и вычитания.

Рассматривается неизвестное слагаемое при сложении, обозначение его в сумме. При записи равенства левая и правая части выражения уравниваются, поэтому такая запись называется уравнением относительно неизвестного слагаемого, которое требуется найти. Определяется, что неизвестное слагаемое равно разности между суммой двух чисел и известным слагаемым. Нахождение неизвестного слагаемого является решением уравнения. Разбирается метод подбора (метод перебора) для определения неизвестного слагаемого, когда известны сумма и другое слагаемое. При этом находится решение уравнения и приводится обоснование этого решения.

Затем определяются натуральные числа от десяти до двадцати и устанавливается порядок их следования. Каждое из этих чисел обозначается и записывается при помощи двух цифр 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Рассматриваются представления чисел от 10 до

20 в виде суммы двух или нескольких слагаемых с учетом переместительного свойства сложения. Представление чисел от 10 до 20 в виде суммы двух слагаемых записывается также в виде таблиц. Рассматривается устройство абака и представление на нем чисел от 0 до 20.

Разбираются порядковые натуральные числа от десятого до двадцатого. Определяются соседние числа для чисел от 10 до 20. Вводится прямой счет чисел от 10 до 20 и обратный счет чисел от 20 до 10. Числа от 0 до 9 называют однозначными, потому что для их записи используется один знак – одна цифра. Числа от 10 до 20 являются двузначными числами, так как для их записи используется два знака – две цифры. Определяется правило сравнения вида «меньше» для двух натуральных чисел. При помощи этого определяется сравнение вида «больше». Сформулировано правило сравнения трех чисел, а также правило сравнения однозначных чисел с двузначными. Рассматривается таблица сравнения вида «меньше» для чисел от 10 до 20.

Анализируется вычитание из чисел от 10 до 20 однозначных чисел. Отмечается, что для разности чисел от 10 до 19 и числа 10 значение разности равно второму числу слева в записи уменьшаемого. Разность чисел 20 и 10 равна 10. Разность числа 20 и двузначного числа от 11 до 19 определяется как разность числа 10 и второго числа слева в записи вычитаемого. Рассматриваются таблица вычитания из чисел от 10 до 20 однозначных чисел и таблица вычитания двузначных чисел от 10 до 20, когда разность двух чисел является натуральным числом или нулем.

Выполнение арифметических действий сложения и вычитания для чисел в пределах от 0 до 20, заучивание наизусть таблиц сложения и вычитания для этих чисел закладывают основу устного и письменного счета, востребованную для каждого образованного человека на протяжении всей жизни. Это является элементом его культуры и воспитания в целом.

Вводятся понятия четных и нечетных чисел. Указывается, что цифры 0, 2, 4, 6, 8 являются четными, а цифры 1, 3, 5, 7, 9 – нечетными. Четное натуральное число оканчивается на четную цифру. Нечетное натуральное число оканчивается на нечетную цифру. После каждого нечетного натурального числа следует четное натуральное число, а после каждого четного натурального числа следует нечетное натуральное число. Формулируются правила определения четности и нечетности суммы двух слагаемых в зависимости от четности и нечетности этих слагаемых. Всякое четное натуральное число представимо в виде суммы двух одинаковых натуральных чисел, то есть разбивается пополам. Всякое нечетное натуральное число можно представить в виде суммы числа 1 и четного числа, то есть нечетное число нельзя разбить пополам. Мы знаем о прямом счете чисел. Иногда бывает удобно считать по 2 предмета, то есть двойками. Для натуральных чисел в пределах 20 рассматривается последовательное перечисление чисел 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, которое является счетом двойками. А также рассматривается перечисление чисел 5, 10, 15, 20, которое является счетом пятерками.

Разбирается, что такое текстовая задача. Текстовая задача похожа на короткий рассказ из жизни, целью которого является выполнение некоторых математических действий. Рассматриваются примеры текстовых задач в одно действие на сравнение, сложение и вычитание. Текстовая задача состоит из условия, а также из вопроса или требования того, что необходимо определить или выполнить. Условие текстовой задачи – это то, что известно. Для того чтобы решить текстовую задачу, необходимо установить зависимости между известными данными и провести рассуждение, которое позволяет получить ответ на вопрос задачи. При решении текстовой задачи можно применять моделирование условия и решения. Для этого строят модель задачи, то есть описание известных данных и действий, которые



необходимо совершить для решения и получения ответа задачи. Отметим, что для того, чтобы научиться решать текстовые задачи, необходимо прежде всего научиться читать. Это позволяет распознавать взаимосвязи и осмысливать содержание. В этой связи чрезвычайно важна точность формулировок, закладываемых в условие и в вопрос текстовой задачи.

Всякий набор определяется теми элементами, которые в него входят. Признак – это отличительная особенность элемента, определяющая его вхождение в набор. Признаками могут выступать, например, форма, размер, цвет. Вместо слова набор иногда используют слова «совокупность», «множество». Можно классифицировать элементы по признаку, а можно, фиксируя отдельные признаки, группировать элементы. Рассматриваются примеры закономерностей в наборах. Приводятся примеры объединения в один набор, пересечения наборов, включения в набор.

Некоторые высказывания точно описывают события действительности. Такие высказывания называются верными или истинными. Некоторые высказывания описывают события или факты, которых не бывает. Такие высказывания называют неверными или ложными. Мы не всегда можем распознать, являются ли высказывания истинными или ложными. Для этого может потребоваться дополнительная информация. Такие высказывания называют неопределенными. Таким образом, рассматриваются логические высказывания и определяется, что такое элементарное логическое высказывание. Для каждого из видов высказываний приводятся примеры из литературы или из жизни.

Рассматриваются величины и измерения величин. Величина – это то, что можно измерить. Измерив величины, можно проводить их сравнения. Приводятся примеры сравнения по величине и по количеству. Одним из примеров величин и измерений величин является понятие длины и измерение длины. Измерение многих величин сводится к измерению длин отрезков, поэтому целесообразно начинать изучение измерений величин именно с измерений длины. На примере ученической линейки определяется длина отрезка, равная одному сантиметру. Это позволяет определять длину отрезка между двумя соседними большими метками на линейке. Использование естественных физических характеристик человека позволяло в прошлом определять длины отрезков. В этой связи приводятся некоторые старинные русские меры длины: вершок, пядь, локоть, аршин, сажень, верста. Совершенно неслучайно на уроках математики используется бумага в клетку. Это наглядный и удобный инструмент для записи и изображения различных математических представлений и понятий. При рассмотрении клетчатой бумаги, составленной из одинаковых клеток, определяются сетка клетчатой бумаги, узлы клетчатой бумаги, в том числе соседние узлы. Определяется, что такое эталон длины, и рассматривается эталон клетчатой бумаги как длина стороны одной клетки. Для того чтобы узнать длину заданного отрезка при помощи эталонов длины, необходимо посчитать количество эталонных отрезков, которые содержатся в измеряемом отрезке. Приводятся примеры эталонов измерения: длина отрезка, соединяющая соседние узлы клетчатой бумаги; длина отрезка в 1 см; длина отрезка в 1 дм. Определяется, что 1 см равен двум эталонам клетчатой бумаги, а 1 дм равен 10 см. Если величины заданы в одних и тех же единицах измерения, то их можно складывать и вычитать, используя правила сложения и вычитания чисел.

Равенство отрезков обладает определенными свойствами: отрезок равен самому себе; если первый отрезок равен второму отрезку, то и второй отрезок равен первому; если первый отрезок равен второму отрезку, а второй отрезок равен третьему отрезку, то первый и третий отрезки равны между собой. Отрезки равны тогда и только тогда, когда их длины, измеренные в одних и тех же единицах измерения, совпадают. Поэтому сравнивать отрезки по величине можно при помощи наложения или с использованием мер длины. Эти два

сравнения согласованы: если отрезки равны, то и длины этих отрезков равны, если один отрезок меньше другого, то этот отрезок будет и короче другого, а также если один отрезок больше другого, то этот отрезок будет длиннее другого. Рассматривается свойство сравнения трех отрезков: если первый отрезок меньше второго, а второй отрезок меньше третьего, то первый отрезок меньше третьего отрезка. Используя понятие длины отрезка, на примерах устанавливаются соотношения между предметами: выше – ниже, дальше – ближе, шире – уже; определяются понятия высоты и ширины. Если рассматриваются две величины, которые можно сравнивать и одна из них больше другой, при этом из большей величины можно вычесть меньшую величину, то можно рассматривать разностное сравнение этих величин и тем самым определять, на сколько одна величина меньше или на сколько больше другой величины.

Когда рисуют отрезок, то предполагается, что отрезок проводится при помощи линейки. Длина отрезка всегда равна сумме длины отрезка от его начала до внутренней точки и длины отрезка от этой внутренней точки до конца отрезка. Определяется, как получать точки прямой, на которой расположен данный отрезок. Если два отрезка имеют общий конец, то они образуют угол между этими двумя отрезками. Общий конец этих отрезков называют вершиной угла. Сами отрезки называют сторонами угла. Объясняется, как, сгибая лист бумаги, можно построить прямой угол. Рассматриваются примеры многоугольников, в том числе треугольник, четырехугольник, пятиугольник, шестиугольник. Вводятся понятия вершины и стороны многоугольника. Определяются обозначения многоугольников, используя обозначения вершин. Для сторон треугольника всегда справедливо неравенство треугольника: длина одной стороны треугольника всегда меньше суммы длин двух других сторон этого треугольника. Даются определения геометрических фигур: прямоугольник, квадрат, куб и развертка куба. Приводится пример, как нарисовать квадрат на клетчатой бумаге. У куба определяются вершины, ребра и грани, рисуются развертки куба. Определяются точки, равноудаленные от данной точки. Используя это определение, рассматривается, что такое окружность, круг, сфера, шар. Для каждой из этих фигур определяются понятия центра и радиуса. Границей круга является окружность. Границей шара является сфера.

Для того чтобы на клетчатой бумаге определить копирование фигур, состоящих из точек и отрезков, необходимо разобраться с изображением точек и отрезков. Когда рассматриваем изображение точки на клетчатой бумаге, то считаем, что точка расположена в узле клетки. Рассматриваются отрезки, соединяющие пары точек. Отрезки могут иметь различное расположение: горизонтальные отрезки, вертикальные отрезки, а также отрезки, которые не являются ни горизонтальными, ни вертикальными. На клетчатой бумаге определяется движение вправо и влево по горизонтальному отрезку, а также движение вверх и вниз по вертикальному отрезку. Движение по отрезку от одного конца к другому соответствует движению по горизонтальному отрезку на некоторое количество сторон клеток и движению по вертикальному отрезку на некоторое количество сторон клеток. Копирование горизонтального отрезка предполагает сначала копирование точки, которая является началом отрезка. Затем от копии начала отрезка происходит движение по горизонтальной линии сетки в том же направлении, в котором расположен конец исходного отрезка, на количество сторон клеток, равное длине исходного отрезка. Тем самым получаем копию конца отрезка. Соединяя копию начала и копию конца отрезка, получаем горизонтальный отрезок, который является копией исходного горизонтального отрезка. Копирование вертикального отрезка предполагает сначала копирование точки, которая является началом отрезка. Затем от копии начала отрезка двигаемся по вертикальной линии сетки в том же направлении, в котором расположен конец исходного отрезка, на количество сторон клеток, равное длине исходного отрезка. Тем са-

мым получаем копию конца отрезка. Соединяя копию начала и копию конца отрезка, получаем вертикальный отрезок, который является копией исходного вертикального отрезка. При копировании отрезка, который не является горизонтальным и не является вертикальным, сначала копируем точку, которая является началом отрезка. Затем рассматривается расположение конца исходного отрезка по отношению к его началу: на сколько сторон клеток конец отрезка находится левее или правее, выше или ниже относительно начала отрезка. Выяснив это, находим конец копируемого отрезка. Соединяя копию начала и копию конца отрезка, получаем отрезок, который является копией исходного отрезка. Таким образом, чтобы сделать на клетчатой бумаге копию фигуры, составленной из точек и отрезков, необходимо отметить копии всех точек и копии концов всех отрезков с учетом их расположения относительно друг друга, а затем соединить концы копируемых отрезков.

Для того чтобы учащемуся начальной школы дать первоначальное понимание того, что такое алгоритм, приводятся примеры простейших алгоритмов, встречающихся в повседневной жизни, а также изученных на уроках математики. Формулируется, что алгоритм состоит из наборов и правил выполнения алгоритма. Наборы для алгоритма включают: набор данных, набор возможных результатов, набор промежуточных данных. Правила выполнения алгоритма включают: правило начала алгоритма, правило алгоритмического процесса, правило окончания алгоритма, правило извлечения результатов алгоритма. Набор данных для алгоритма – это то, что задано. Набор возможных результатов – это набор результатов, который получается при выполнении всех шагов алгоритма. Набор промежуточных результатов – это набор тех результатов, которые получают при выполнении отдельных шагов алгоритма. Правило начала алгоритма – это определение первого шага алгоритма. Правило алгоритмического процесса – это правило определения каждого следующего шага алгоритма с использованием всех предыдущих шагов. Правило окончания алгоритма – это правило, когда выполнены все шаги алгоритма и получен набор возможных результатов. Правило извлечения результатов алгоритма определяется договоренностью, в каком виде представляются результаты алгоритма. Рассматривается использование алгоритма прямого счета при вычислении суммы двух натуральных чисел и алгоритм обратного счета при вычислении разности двух натуральных чисел. Исследуется измерение длины отрезка как алгоритм, а также алгоритмы построения геометрических фигур: отрезка, треугольника, окружности.

Таким образом, разрабатываемый учебник по математике для 1-го класса соответствует принципиальным концептуальным направлениям текущего этапа развития образования, содержит в себе теоретический и практический материал, выполняя функции передачи, восприятия и контроля знаний, что обеспечивает формирование гармонично развивающейся личности, владеющей основополагающими математическими знаниями.

### Список литературы

1. Никитин А. А., Ефремов А. П., Силантьев И. В. Анализ системы зачетных единиц: от высшей школы к профильному обучению и специализированной подготовке в общеобразовательной школе / под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: РИЦ НГУ, 2006. 200 с.
2. Никитина О. А. Фундаментальные эпистемодидактические исследования педагогического содержания и организации образовательной среды. Новосибирск: Изд-во ИПИО РАО, 2016. 300 с.
3. Никитина О. А. Применение факторизаций эпистем в образовательном процессе // Известия РГПУ им. А. И. Герцена. 2013. № 162. С. 221–229.
4. Козлов В. В., Никитин А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Никитина О. А. Развитие учительских компетенций, связанных с гуманитарными аспектами использования многоуровневых тестов // Педагогика. 2019. № 9. С. 17–26.

5. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Фокин В. М. Математика: 7 учебников для 5–11 классов общеобразовательных организаций / под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. М.: Русское слово – учебник, 2015–2017. (Инновационная школа).
6. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Фокин В. М. Математический практикум по курсу «Математика»: 2 контрольно-измерительных материала для 10–11 классов общеобразовательных организаций / под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. М.: Русское слово – учебник, 2017. (Инновационная школа).
7. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Фокин В. М. Методическое пособие к учебнику «Математика»: 7 пособий для 5–11 классов общеобразовательных организаций / под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. М.: Русское слово – учебник, 2015. (Инновационная школа).
8. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Фокин В. М. Программа курса «Математика». 5–9 классы / под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. М.: Русское слово – учебник, 2017. (Инновационная школа).
9. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Фокин В. М. Рабочая тетрадь к учебнику «Математика»: 20 тетрадей для 5–9 классов общеобразовательных организаций / под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. М.: Русское слово – учебник, 2015–2018. (Инновационная школа).
10. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Фокин В. М. Текущий и итоговый контроль по курсу «Математика»: 5 пособий для 5–9 классов общеобразовательных организаций / под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. М.: Русское слово – учебник, 2015–2018. (Инновационная школа).

**Никитин Александр Александрович**, академик Российской академии образования, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт математики им. С. Л. Соболева (пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, Россия, 630090); профессор, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, Россия, 630090).  
E-mail: aanikitin48@gmail.com

**Никитина Ольга Александровна**, доктор педагогических наук, ведущий научный сотрудник, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, Россия, 630090).  
E-mail: niolga@mail.ru

*Материал поступил в редакцию 12.03.2021*

DOI 10.23951/2307-6127-2021-3-172-185

## CONCEPTUAL GUIDELINES OF TEACHING MATHEMATICS IN THE 1ST GRADE OF A GENERAL EDUCATION SCHOOL

*A. A. Nikitin<sup>1,2</sup>, O. A. Nikitina<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russian Federation*

<sup>2</sup> *Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russian Federation*

The teaching of mathematics should reflect the global trends in the development of mathematical and pedagogical scientific thoughts. The authors develop guidelines of studying mathematics in the 1st grade on the basis of the Federal State Educational Standard, taking into account the partitions into knowledge elements. Thus, the structure and the formation of the being developed textbook content by chapters are described. The theoretical part should allow to students to get answers to control questions, univariate and multivariate tests, problems and exercises. Each chapter of the being developed textbook is divided into paragraphs, each paragraph is divided into items. One item of theoretical material contains

either one new idea to study, or a set of interrelated concepts that define one new idea to study. According to this it is possible to form the mathematical knowledge trajectories. So, there are broad opportunities to transform knowledge elements into multimedia forms, including presentations, videos, test modules and other newly emerging means of representation and visualization, using the achievements of artificial intelligence. There can be defined such main directions as natural numbers counting, acquaintance with geometric shapes, comparison of objects in the value and quantity, acquaintance with a squared paper and measurement standards, the study of objects position, the sets consideration, introduction to the algorithm concept. The conceptual directions of teaching mathematics in the 1st grade determined by the authors provide the foundation for the vertical of mathematical education in the 1–11th grades of general education schools.

**Keywords:** *primary education, teaching, mathematics, knowledge element.*

### References

1. Nikitin A. A., Efremov A. P., Silant'yev I. V. *Analiz sistemy zachetnykh edinit: ot vysshey shkoly k profil'nomu obucheniyu i spetsializirovannoy podgotovke v obshcheobrazovatel'noy shkole* [Analysis of credit system: from higher education to profile and specialized training in secondary school]. Edited by A. A. Nikitin. Novosibirsk, Novosibirsk State University Publ., 2006. 200 p. (in Russian).
2. Nikitina O. A. *Fundamental'nye epistemodidakticheskiye issledovaniya pedagogicheskogo soderzhaniya i organizatsii obrazovatel'noy sredy* [Fundamental epistemodidactic research of the pedagogical content and organization of the educational environment]. Novosibirsk, Institute of Pedagogical Research of Gifted Children of Russian Academy of Education Publ., 2016. 300 p. (in Russian).
3. Nikitina O. A. *Primeneniye faktorizatsiy epistem v obrazovatel'nom protsesse* [Application of epistemes' factorizations in educational process]. *Izvestiya RGPU im. A. I. Gertsena – Izvestia: Herzen University Journal of Humanities & Sciences*, 2013, no. 162, pp. 221–229 (in Russian).
4. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Nikitina O. A. *Razvitiye uchitel'skikh kompetentsiy, svyazannykh s gumanitarnymi aspektami ispol'zovaniya mnogourovnevnykh testov* [Development of teachers' competencies related to the humanitarian aspects of multi-level tests applications]. *Pedagogika*, 2019, no. 9, pp. 17–26 (in Russian).
5. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Belonosov V. S., Mal'tsev A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Fokin V. M. *Matematika: 7 uchebnikov dlya 5–11 klassov obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy* [Mathematics: 7 textbooks for 5–11 grades of general education organizations]. Edited by V. V. Kozlov and A. A. Nikitin. Moscow, Russkoye slovo – uchebnik Publ., 2015–2017 (in Russian).
6. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Belonosov V. S., Mal'tsev A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Fokin V. M. *Matematicheskiy praktikum po kursu "Matematika": 2 kontrol'no-izmeritel'nykh materiala dlya 10–11 klassov obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy* [Mathematics workshop: 2 assessment tutorials for 10–11 grades of general education organizations]. Edited by V. V. Kozlov and A. A. Nikitin. Moscow, Russkoye slovo – uchebnik Publ., 2017 (in Russian).
7. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Belonosov V. S., Mal'tsev A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Fokin V. M. *Metodicheskoye posobiye k uchebniku "Matematika": 7 posobiy dlya 5–11 klassov obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy* [Teaches' book to the textbook "Mathematics": 7 teachers' books for 5–11 grades of general education organizations]. Edited by V. V. Kozlov and A. A. Nikitin. Moscow, Russkoye slovo – uchebnik Publ., 2015 (in Russian).
8. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Belonosov V. S., Mal'tsev A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Fokin V. M. *Programma kursa "Matematika". 5–9 klassy* ["Mathematics" course program. 5–9 grades]. Edited by V. V. Kozlov and A. A. Nikitin. Moscow, Russkoye slovo – uchebnik Publ., 2017 (in Russian).
9. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Belonosov V. S., Mal'tsev A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Fokin V. M. *Rabochaya tetrad' k uchebniku "Matematika": 20 tetradey dlya 5–9 klassov obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy* [Workbook for the textbook "Mathematics": 20 workbooks for 5–9 grades of general education organizations]. Edited by V. V. Kozlov and A. A. Nikitin. Moscow, Russkoye slovo – uchebnik Publ., 2015–2018 (in Russian).
10. Kozlov V. V., Nikitin A. A., Belonosov V. S., Mal'tsev A. A., Markovichev A. S., Mikheyev Yu. V., Fokin V. M. *Tekushchiy i itogovyy kontrol' po kursu "Matematika": 5 posobiy dlya 5–9 klassov obshcheobrazovatel'nykh*

*organizatsiy* [Current and final control tutorials for the course “Mathematics”: 5 tutorials for 5–9 grades of general education organizations]. Edited by V. V. Kozlov and A. A. Nikitin. Moscow, Russkoye slovo – uchebnik Publ., 2015–2018 (in Russian).

**Nikitin A. A.**, Academician of Russian Academy of Education, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Leading researcher, Sobolev Institute of Mathematics (prospekt Akademika Koptyuga, 4, Novosibirsk, Russian Federation, 630090). Professor, Novosibirsk State University (ul. Pirogova, 1, Novosibirsk, Russian Federation, 630090).  
E-mail: aanikitin48@gmail.com

**Nikitina O. A.**, Doctor of Pedagogical Sciences, Leading Researcher, Novosibirsk State University (ul. Pirogova, 1, Novosibirsk, Russian Federation, 630090).  
E-mail: niolga@mail.ru