

УДК 373.1.02:372.8 (14.25.09)

*Е. А. Раенко*

## О ПРОБЛЕМАХ ПРЕПОДАВАНИЯ И ИЗУЧЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ

Многолетняя работа автора с учащимися средней школы и студентами физико-математического факультета Горно-Алтайского государственного университета (ГАГУ) показала, что как в школе, так и в вузе существуют серьезные проблемы в изучении вероятностно-статистических понятий и методов и как следствие – проблемы в преподавании и изучении студентами математических дисциплин [1]. В статье рассматриваются причины возникновения этих проблем, приводится анализ действующих учебников математики 5–11-х классов, в которые включен стохастический материал.

**Ключевые слова:** комбинаторика, вероятность, статистика, преемственность.

С 2003 г. элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей были включены в базовый школьный курс математики. Это было обусловлено следующими причинами:

- присоединением России к Болонскому процессу (за рубежом стохастический материал уже давно включен в школьные учебники);
- изменением социально-экономической ситуации в стране (переход на рыночную экономику);
- изменением социального заказа школе, она должна выпускать образованную, нравственную личность, способную устанавливать диалог с окружающим миром материальной и духовной культуры на разных языках (язык – корень любой культуры);
- вступлением России в содержательно-технологическую фазу реформирования высшего образования, практическим переходом на образовательные стандарты 3-го поколения;
- требованием подготовки специалистов, умеющих работать с современными технологиями в динамично изменяющихся внешних условиях при воздействии случайных факторов, умеющих самостоятельно оценивать ситуацию и оперативно принимать обоснованные решения в ситуациях неопределенности;
- анализ отечественной и зарубежной научно-методической литературы и экспериментальные данные многих исследователей свидетельствуют о том, что мышление ребенка, его научная картина мира строятся на вероятностной основе.

Остановимся на этом подробнее. С момента рождения взаимоотношения ребенка с окружающим миром происходят в режиме диалога. Он воспринимает этот мир как мир, в котором все может быть. Динамика изменения жизненного опыта ребенка очень велика, он вынужден непрерывно подстраиваться под будущее, поэтому его жизнь строится по законам игровой импровизации, а мышление носит вероятностный характер. Такое вероятностное отношение к миру позволяет ребенку безболезненно воспринимать окружающий мир как мир непредсказуемых событий и бесконечных возможностей. В допонятийном мышлении ребенка закладываются основы иррационально-творческих структур человеческого сознания, так как его мышление еще не сковано требованиями жесткой формально-логической достоверности. Для ребенка важнее ответ на вопрос «Как это могло бы быть?», чем «Как на самом деле?». Теперь понятно, почему все попытки изучения основ теории вероятностей в старших классах в 60–80-е гг. оказались неудачными (А. Н. Колмогоров, Б. Гнеденко, Е. А. Бунимович и др.). Это связано с тем, что наработанное учащимися к этому возрасту стремление к быстрой формализации знаний, сформированное традиционным

курсом математики, желание усвоить на уроке прежде всего определенный набор правил, алгоритмов, методов вычислений фактически заменяют формирование вероятностных представлений формальным заучиванием формул. Исследования зарубежных и отечественных психологов и педагогов убедительно доказали, что стохастические представления детей о реальном мире должны развиваться непрерывно, а следовательно, нужно строить такую модель обучения, в которой не понятийные, а образные структуры являлись бы центром психического развития ребенка (М. Монтессори, С. Френе, А. М. Лобок, М. Холодная и др.).

Через развитие собственных вероятностных структур ребенок должен входить в мир научно-теоретического мышления. Таким образом, развитие стохастических представлений у детей должно идти непрерывно: детский сад – начальная школа – средняя школа. В детском саду и начальной школе должна быть раскрыта генетическая основа, те реальные процессы и явления, которые служат источником для возникновения стохастических понятий.

Это положение было реализовано В. Ф. Пуркиной в программе и учебном пособии для детского сада (2–7 лет) [2], по которым работают многие детские сады г. Горно-Алтайска и Республики Алтай, а также в экспериментальных учебниках для начальной школы под редакцией Н. Я. Виленкина. Сейчас эти учебники опубликованы в виде тетрадей для массовой школы под редакцией Л. Г. Петерсон [3].

В детском саду генетическая основа стохастических представлений и понятий у детей формируется в процессе их взаимодействия с реальными множествами и величинами, путем подсчета числа элементов в подмножествах, их сериации и классификации.

В начальной школе на базе этих представлений рассматриваются реальные ситуации, в которых нет жесткого алгоритма действий. Например, У Лены один цветок – ромашка и две вазы, светлая и темная. Сколькими способами может Лена поставить цветок в вазы? Постройте «дерево возможностей» для расстановки четырех цветков: ромашки, колокольчика, василька, гвоздики в две вазы: светлую и темную. Покажите на этом дереве путь, указывающий, что ромашка и гвоздика стоят в светлой вазе, а колокольчик и василек в темной. «Дерево возможностей» помогает решать детям разнообразные задачи, касающиеся перебора вариантов происходящих событий.

Использование различных знаковых средств (графов, диаграмм, таблиц, деревьев и т. п.) позволяет ребенку его мысленные образы закрепить в устойчивой форме, использовать их для анализа ситуации и в конечном счете построить свою модель вероятностного мира, лично значимую для него.

Исследования, проводимые в последние годы (Е. А. Бунимович [4], А. М. Лобок, В. Д. Селютин, М. В. Ткачева и др.), также показали, что таблицы, столбчатые диаграммы, сети, пути, «деревья возможностей» необходимо вводить в курс начальной школы. Этот учебный материал подготавливает изучение стохастической линии в 5–9-х классах.

В существующих к настоящему времени учебниках (В. Г. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, Е. А. Бунимович, А. Г. Мордкович, И. И. Зубарева и др.) реализуются различные подходы к выстраиванию вероятностно-статистической линии в 5–9-х классах. Это связано с тем, что понятие вероятности можно вводить тремя способами:

- опираясь на интуитивное представление о «мере возможности»;
- на классическое определение вероятности, которое вытекает из подсчета числа благоприятных исходов;
- на статистическое определение вероятности, в основе которого лежит частотный подход к проведению большого числа экспериментов.

Мы считаем, что комбинаторно-статистические представления и понятия у школьников должны быть основой для изучения вероятностных моделей. Дело в том, что статистика имеет дело с реальными данными реальных процессов как случайных, так и неслучайных явлений. В отличие от статистики, теория вероятностей имеет дело с математическими моделями. Вместо статистических распределений, полученных по результатам наблюдений, в теории вероятностей используются теоретические распределения случайных величин, в которых вместо частот  $n_i$  указаны вероятности  $p_i$  каждого возможного значения случайной величины. Поэтому самый простой и методически доступный путь состоит в формировании представлений о вероятности как о теоретически ожидаемом значении частоты при увеличении числа наблюдений. При этом понимание взаимосвязи между вероятностью и частотой (как ее эмпирическим образом) приводит к осознанию статистической устойчивости частоты. В то же время здесь важную роль играет и понимание того, что количественная оценка возможности наступления некоторого события может быть осуществима до проведения эксперимента. Таким образом, мы приходим к вычислению вероятности в классической модели.

Одним из комплектов учебников, в котором авторы последовательно пытались реализовать статистический подход к определению вероятности, является комплект под редакцией Г. В. Дорофеева и И. Ф. Шарыгина. В этих учебниках изучение стохастической линии опирается на реальные процессы, наблюдаемые в окружающем мире, на жизненный опыт ребенка. Решение комбинаторных задач, анализ эмпирических данных, развитие вероятностной интуиции – основное содержание этих учебников, которое разворачивается в последовательности: от решения комбинаторных задач и задач описательной статистики к статистическим исследованиям и вероятности.

5 класс – диаграммы, таблицы, столбчатые диаграммы;

6 класс – комбинаторные задачи, эксперименты со случайными исходами, частота и вероятность случайного события;

7 класс – частота и вероятность, оценка вероятности случайного события по частоте, вероятностная шкала;

8 класс – вероятность и статистика, таблица частот, классическая формула вычисления вероятности, геометрическая вероятность;

9 класс – статистические исследования, ранжирование данных, полигон частот, гистограмма, выборочная дисперсия, среднее квадратичное отклонение.

Также можно выделить учебники «Алгебра» 7–9 под редакцией Э. Г. Гельфман, вышедшие в издательстве «Бином» в 2013 г. и рекомендованные ФГОС, где основа стохастических понятий формируется на обобщении интуитивных представлений учащихся о ситуациях, в которых возникают случайные события.

Важно отметить, что при этом семантика стохастических представлений и понятий должна раскрываться на основе внутрипредметных связей с физикой, географией, биологией и т. д. в процессе решения задач по сбору и анализу данных, кодированию и обработке информации и т. п.

На уроках физики, химии, биологии при выполнении лабораторных и практических работ ученики должны уметь оформить результаты наблюдений в виде таблиц, графиков, диаграмм, извлекать информацию из данных таблиц и графиков.

Нам удалось найти только один комплект учебников для 10–11-х классов под редакцией А. Г. Мордковича, в которых продолжена стохастическая линия основной школы. Однако последовательность изложения стохастического материала вызывает определенные вопросы, так как комбинаторные задачи и бином Ньютона изучаются после статистических и вероятностных задач.

Настораживает и тот факт, что после «взрыва» научно-методических публикаций в 2002–2005 гг., связанных с изучением вероятностно-статистической линии, сейчас наблюдается полный «штиль».

Анализ работы учителей нашего региона и беседы с ними свидетельствуют о том, что с изучением стохастического материала в школе связано много проблем:

- учителя недостаточно подготовлены в теоретическом и методическом плане;
- не хватает хороших учебников и методических пособий;
- курсы повышения квалификации по линии РИПКРО проводятся лишь для учителей старших классов и т. д.

С целью оказания помощи учителям на базе физико-математического факультета Горно-Алтайского университета начал работать научно-методический семинар «Научные основы школьного курса математики», в рамках которого рассматриваются вопросы изучения стохастического материала в школе.

Что касается преподавания вероятностно-статистических дисциплин в вузе, в первую очередь следует отметить тот факт, что студенты испытывают трудности в понимании теоретических основ теории вероятностей и математической статистики, а также при решении вероятностно-статистических задач. Таким образом, одной из основных причин указанных выше проблем является отсутствие преемственности в изучении вероятностно-стохастической линии в школе. Студенты приходят в вуз без сформированных вероятностно-статистических представлений и поэтому испытывают большие трудности в восприятии и понимании смысла стохастических понятий и методов.

Мы считаем, что развитие этой линии должно идти непрерывно: детский сад – начальная школа – школа – вуз. Только в этом случае студенты будут готовы воспринимать идеи, понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, понимать их взаимосвязь и различие.

### **Список литературы**

1. Бортник Л. И., Кайгородов Е. В., Раенко Е. А. О некоторых проблемах преподавания математики в школе и вузе // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 2013. Вып. 4 (132). С. 19–24.
2. Пуркина В. Ф. Развитие начальных математических представлений у детей дошкольного возраста. Горно-Алтайск: РИО «Универ-Принт», ГАГУ, 1996. С. 214.
3. Виленкин Н. Я., Петерсон Л. Г. Математика: учеб. для 1–3 кл. М.: ИНПРО-РЕС, 1996.
4. Бульчев В. А., Бунимович Е. А. Изучение теории вероятностей и статистики в школьном курсе математики // Математика в школе. 2003. № 4. С. 59.

Раенко Е. А., кандидат физико-математических наук, доцент.

**Горно-Алтайский государственный университет.**

Ул. Ленкина, 1, Горно-Алтайск, Россия, 649000.

E-mail: raenko\_elen@mail.ru

*Материал поступил в редакцию 24.12.2013.*

*Е. А. Раенко*

### **ABOUT PROBLEMS OF TEACHING AND STUDYING OF STOCHASTIC LINE IN SCHOOLS AND UNIVERSITIES**

The authors' long-term work with schoolchildren and students of the departments of Physics and Mathematics has shown that there are serious problems in studying probability and statistical concepts and methods at schools as well as in universities and as a result - the

problems in the teaching and learning by students mathematical disciplines [1]. The paper considers the causes of these problems, an analysis of the existing textbooks of mathematics grades 5–11, in which is included stochastic material.

**Key words:** *combinatorics, probability, statistics, continuity.*

### References

1. Bortnyk L. I., Kaygorodov E. V., Raenko E. A. Some problems of teaching mathematics in higher school. *Tomsk State Pedagogical University Bulletin*, 2013, vol. 4 (132), pp. 19–24 (in Russian).
2. Purkina V. F. *Primary mathematical notions' development at children in preschool age*. Gorno-Altaysk, Univer-Print, GAGU Publ., 1996. p. 214. (in Russian).
3. Vilenkin N. Ya., Peterson L.G. *Mathematics*. Textbook for Grades 1–3. Moscow, INPRO-RES Publ., 1996. (in Russian).
4. Bulychev V. A., Bunimovich E. A. Study of the theory of probability and statistics in school mathematics courses. *Mathematics at school*, 2003, no. 4, p. 59 (in Russian).

### **Gorno-Altaysk State University.**

Ul. Lenkina, 1, Gorno-Altaysk, Altai Republic, Russia, 649000.

E-mail: raenko\_elen@mail.ru