

УДК 372.851

DOI: 10.23951/2307-6127-2017-1-27-38

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ НАУЧНЫХ ПОНЯТИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ: СОЦИОКУЛЬТУРНЫЙ ПОДХОД

Н. Г. Подаева, М. В. Подаев

Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, Елец

Теоретически обосновывается технология обучения геометрии младших подростков, ориентированная на освоение ценностного содержания геометрических понятий. С позиций социокультурного подхода рассматривается фаза цикла освоения ценности – коммуникация: формирование понимания и способов действия с геометрическими понятиями. Выделяются этапы коммуникации, содержание которых определяется структурой деятельностной компоненты геометрических понятий, включающей как предметные действия, так и реальные познавательные и формальные операции. Выделяется схема освоения ценностного содержания геометрических понятий: 1) мотивация изучения геометрического материала; 2) пространственный компонент коммуникации (уровень представлений), включающий: а) образ восприятия (перцепт) – представление, натурализацию идеального содержания в знаке в качестве средства преодоления формализма; б) обобщенное представление или предпонятие (образ-концепт). Преодоление знаковой натурализации – так называемая денатурализация, обеспечиваемая психодидacticкими задачами осознания, осмысления и обобщения содержания и процесса деятельности; 3) логический компонент коммуникации (вербально-логический уровень). Понятие – система понятий; 4) эмоционально-оценочный компонент. Ценностно-ориентированное обучение, представляющее так называемую контекстную область математического знания и рассматриваемое как постепенное накопление системы ценностных (оценочных) знаний, создающих эффект «личного присутствия» обучающегося в процессе усвоения математики, – сведений о возможном отношении человека к определенным фактам, явлениям, действиям, умозаключениям. Обосновывается экспериментально подтвержденная гипотеза: эффективность социокоммуникативных процессов в ситуации обучения геометрии младших подростков обусловлена целым рядом факторов, среди которых – реализация психодидacticческих закономерностей осознания, осмысления и обобщения содержания и процесса деятельности; поэтапное развитие целостной психической структуры «образ – представление – предпонятие – понятие – система понятий»; поэтапное развитие деятельностной компоненты геометрических понятий: предметные действия, реальные познавательные операции, формальные операции.

Ключевые слова: *социокультурное содержание обучения математике, коммуникация, ценностное содержание геометрических понятий, плоскость содержания понятия, плоскость знаковой формы, целостные операции.*

1. Введение. По результатам международного мониторинга PISA, в 2012 г. Россия оказалась на 34-м месте из 65 в общем зачете. В 2013 г. «продвинуться вперед так и не удалось» [1]. Напомним, что фактический объект мониторинга – это уровень мышления школьников, IQ, интеллектуальный уровень, контролируемый через диагностику качества письменной и устной речи, сформированности умений решения математических задач и др. В 2013 г. проверка заключалась еще и в том, чтобы определить тенденции развития ма-

тематического образования. На семинаре Высшей школы экономики (НИУ) обсудили результаты этого международного исследования. Вывод звучит так: чем больше школьники получают знаний, основанных на фундаментальности, тем быстрее они перейдут к решению практических задач. «Данный вывод, возможно, заставит задуматься тех, кто привык рассуждать об отсталости советского образования» [2].

Что касается анализа причин и возможностей выхода из создавшегося положения, то, как отмечает А. Г. Асмолов в книге «Оптика просвещения: социокультурные перспективы», ключевыми словами здесь являются «единство разнообразия» [3]. Поскольку все мы живем в обществе потребления – чужих идей и чужих мыслей, то подавляющее большинство «никогда не полезут в бочки, как Диоген». Но всегда присутствует иная – креативная, но небольшая часть, «сгорающая в поисках смыслов». А вообще, со слов А. Г. Асмолова, «нынче мы находимся в уникальном котле варящихся мировоззрений, – они могут прорасти, а могут бесследно сгинуть» [3]. Именно поэтому от разнообразия вариативных подходов зависит возможность продвижения вперед.

В российском педагогическом сообществе определились две противоположные точки зрения. Наиболее радикально настроенные сторонники назревшей и необходимой модернизации готовы чуть ли не разрушить всю образовательную систему в угоду новым веяниям. Реформаторы рассуждают об отсталости «советского образования», считают необходимым «перелицевать школьную программу по математике, „адаптировав“ ее по „запросам времени“, сделать ее „базовой“ для всех и углубленной для продвинутых» [2]. С другой стороны, сторонники традиционного подхода настаивают на необходимости возврата в «старое советское образование», стремясь сохранить то ценное, что приобретено усилиями ученых, учителей и методистов.

В поисках ответа на вопрос, в каком месте ставить запятую во фразе «ломать нельзя модернизировать», обратимся к новым образовательным стандартам среднего (полного) общего образования. В области освоения предметных программ стандарты меняют парадигму школьного образования: информационно-трансляционная школа преобразуется в школу *деятельностную*. «Объем – устная трансляция – зубрежка» являются унаследованной утопией освоения накопленного «айсберга» человеческой культуры и знания [4]. Одновременно с этим вся суть деятельностной парадигмы – самореализация личности в этой культуре и в этом знании, социализация личности. Приятие такой точки зрения позволило нам разработать концепцию социокультурно-ориентированного обучения математике. Предметом проектирования в нашем исследовании является учебная деятельность, позволяющая присваивать способы действия и понимания, необходимые для формирования ценностного отношения к математике в ситуации учения-обучения геометрии младших подростков.

2.1. Социокультурная коммуникация в обучении геометрии младших подростков.

Раскроем содержание этапа *коммуникации*, представляющего звено обратной связи в динамике освоения ценности в ситуации учения-обучения математике. Невозможно оспорить принципиальную важность коммуникационного аспекта образования – участия его в трансляции культурных ценностей, в обеспечении преемственности поколений – важнейшей функции воспроизводства общественной жизни. Между тем в настоящее время вопросы развития коммуникации и непосредственно связанного с ней процесса *понимания* применительно к обучению математике рассматриваются поверхностно. Исследование социокоммуникативных процессов в ситуации учения-обучения, их роли в обеспечении ценностного отношения к математике как самостоятельная задача в сложившейся теории и практике преподавания не ставится. Учителя, как правило, не владеют технологией запуска и поддержания содержательной проблемной коммуникации на уроках математики.

Исследуя коммуникационный процесс как феномен, отметим, что в русле деятельностного подхода *коммуникация понимается как совместная деятельность коммуникантов, в ходе которой вырабатывается общий взгляд на вещи и действия с ними*. С позиций деятельностного подхода (Г. П. Щедровицкий [5]), речь идет о *коммуникации-трансляции (воспроизводстве) деятельности по освоению материала*.

В социологических исследованиях *коммуникация, трансляция – процесс движения семантической информации (смыслов и значений)*. Общественно-коммуникативная деятельность реализует внутреннее единство отношений опредмечивания и распредемечивания. Эта характеристика рассматривается как основа коммуникационного процесса: *коммуникация – это направленная связь субъекта с окружающей действительностью при опредмечивании («упаковывании», кодировании информации) и распредемечивании (раскодировании, распознавании) информации*. Основная цель коммуникационного процесса – обеспечение *переживания* (эмоционального отношения) и *понимания* (рефлексивного отношения) ценностных позиций, поэтому *коммуникация может быть определена как передача – опредмечивание и распредемечивание – не только информации, но и ее значения, смысла (ценностного содержания) с помощью символов*. Проблема в том, что применительно к обучению математике по-прежнему действует главный критерий «системы всеобуча» – «объем – устная трансляция – зубрежка» заданного объема информации [4], которая не проходит стадию *легитимации – не понимается, следовательно, не усваивается и не применяется, т. е. не превращается в знание*.

2.2. Специфика формирования геометрических понятий. Необходимо уточнить, что в психодидактике выделяют два уровня усвоения знаний – *уровень представлений и понятийный (вербально-логический) уровень*. На уровне представлений признаки объекта присутствуют, но в ограниченном объеме, слитно, недифференцированно, отсутствует знание связей между ними. В то же время *понятийное мышление – это всегда знание некоторой совокупности признаков объектов*. Причем понятийное мышление системно: усвоение каждого отдельного понятия определяется характером его взаимодействия с другими понятиями. Л. С. Выготский отмечал: «Природа каждого отдельного понятия предполагает уже наличие определенной системы понятий, вне которых оно не может существовать» [6]. Особое внимание процессу овладения понятиями традиционно уделяется при анализе изучения школьного курса геометрии (В. А. Гусев, Е. Н. Кабанова-Меллер, М. В. Рыжик, Н. С. Подходова, Г. И. Саранцев, О. В. Холодная, А. Я. Цукарь, И. С. Якиманская, М. В. Подаев и др.). Проблема в том, что в традиционном обучении геометрии понятие рассматривается *с позиций логики («с определения»)* и трактуется как отражение существенных свойств. Трудности, возникающие при вербальном («с определения») описании геометрических понятий и их изображений, объясняются тем, что при таком подходе остается невыясненным целый ряд вопросов. Как формируются понятия у человека, как они связаны с образами, накопленными у него, а значит, с его опытом? Какой ученики создадут образ согласно своему опыту – насколько адекватно они *раскодируют* геометрический дискурс, «переведут» его на собственный язык? Насколько созданные учащимся образы адекватны соответствующим геометрическим понятиям? Ответы на поставленные вопросы дает *психологическая трактовка*, в которой под понятием понимают многоуровневую иерархически организованную структуру, включающую образы разной степени обобщенности [7, с. 141].

Напомним, что в качестве основных категорий коммуникационного процесса выделяют: *код* – алгоритмы, правила перевода содержания сообщения; *кодирование*, обеспечивающее идентификацию значения сообщений для обучаемого и предполагающее обратный процесс – *распознавание, раскодирование*. Как отмечает М. А. Холодная, информационный

обмен человека с окружающей средой подразумевает участие четырех способов кодирования информации (т. е. четыре модальности опыта): словесно-речевой (знаки), визуально-пространственный (образы), предметно-практический (двигательные действия), сенсорно-эмоциональный (ощущения и переживания) [8]. Ключевым способом кодирования информации в ситуации учения-обучения геометрии является визуально-пространственный (в виде образов).

Как отмечают психологи, становление системы геометрических знаний происходит в результате развития целостной психической структуры «образ восприятия (перцепт) – понятие». Схематично этапы ее развития можно представить так [7, с. 146]: *первый блок (уровень представлений)*: образ восприятия (перцепт) – представление – обобщенное представление, или предпонятие (образ-концепт); *второй блок (вербально-логический уровень)*: понятие – система понятий.

Термин «предпонятие», по словам Л. С. Выготского [9], был широко распространен еще в 30-е гг., в педологии. Предпонятие рассматривается как образ-понятие, или концепт, находящийся в простом и непосредственном отношении к объекту и не включенный в систему вышестоящего понятия. Предпонятие, по Выготскому, – основная психическая структура младшего школьного возраста (6–11 лет). Развитие предпонятия связано с активизацией образного мышления, с так называемой «*знаковой натурализацией геометрического понятия*» [10] и «готовит» само понятие, с которыми «работает» вербально-логическое (понятийное) мышление.

Как отмечает А. А. Устиловская, освоение геометрических понятий предполагает владение способами интерпретации идеальных объектов в реальном физическом пространстве («натурализации геометрического чертежа») и в то же время осознание ограниченности материальных предметов в процессе интерпретации геометрических фигур. С одной точки зрения, согласно Г. Д. Глейзеру, учащийся без возможности *предметного* действия с фигурами будет запоминать тексты без понимания, с другой – задача обучения геометрии – формирование самой *идеальной* действительности, особенностей понимания и способов действия с фигурами. В этой связи необходимо отметить, что в исследованиях Е. Н. Кабановой-Меллер, Н. Ф. Талызиной и др. отмечается, что феномен *знаковой натурализации чертежа* имеет негативное влияние на процесс усвоения геометрических понятий как теоретических. Причина в том, что переход к теоретическому уровню геометрического мышления невозможен без преодоления знаковой натурализации – построения учащимся пространства евклидовой геометрии, которое задается специфическими характеристиками, не присущими реальному, натуральному миру [10].

2.3. Этапы коммуникации-трансляции деятельности по освоению ценностного содержания геометрических понятий. Будем различать, с одной стороны, *геометрические объекты*, с другой – *геометрические понятия*, т. е. понятия о геометрических объектах, имеющиеся у субъекта-обучаемого. *Геометрические объекты* – это точки, линии, фигуры, поверхности, тела и др., их элементы и отношения элементов. *Геометрическое понятие* фиксирует процесс воссоздания (воспроизведения) объекта в мышлении, который может не совпадать с последовательностью введения его в теории. Основу геометрических понятий составляют предпонятия – *предметные действия с вещами*, однако освоение понятий не сводится к перцепту, чувственному восприятию, действию, эмпирическому обобщению.

Таким образом, коммуникация в ситуации обучения геометрии, предполагающая формирование понимания и способов действия с геометрическими понятиями, происходит в два этапа. Содержание этапов определяется структурой деятельностной компоненты геометрических понятий, включающей как *предметные действия*, реализуемые на вещах, так и *операции*, которые на вещах не реализуются (рис. 1).

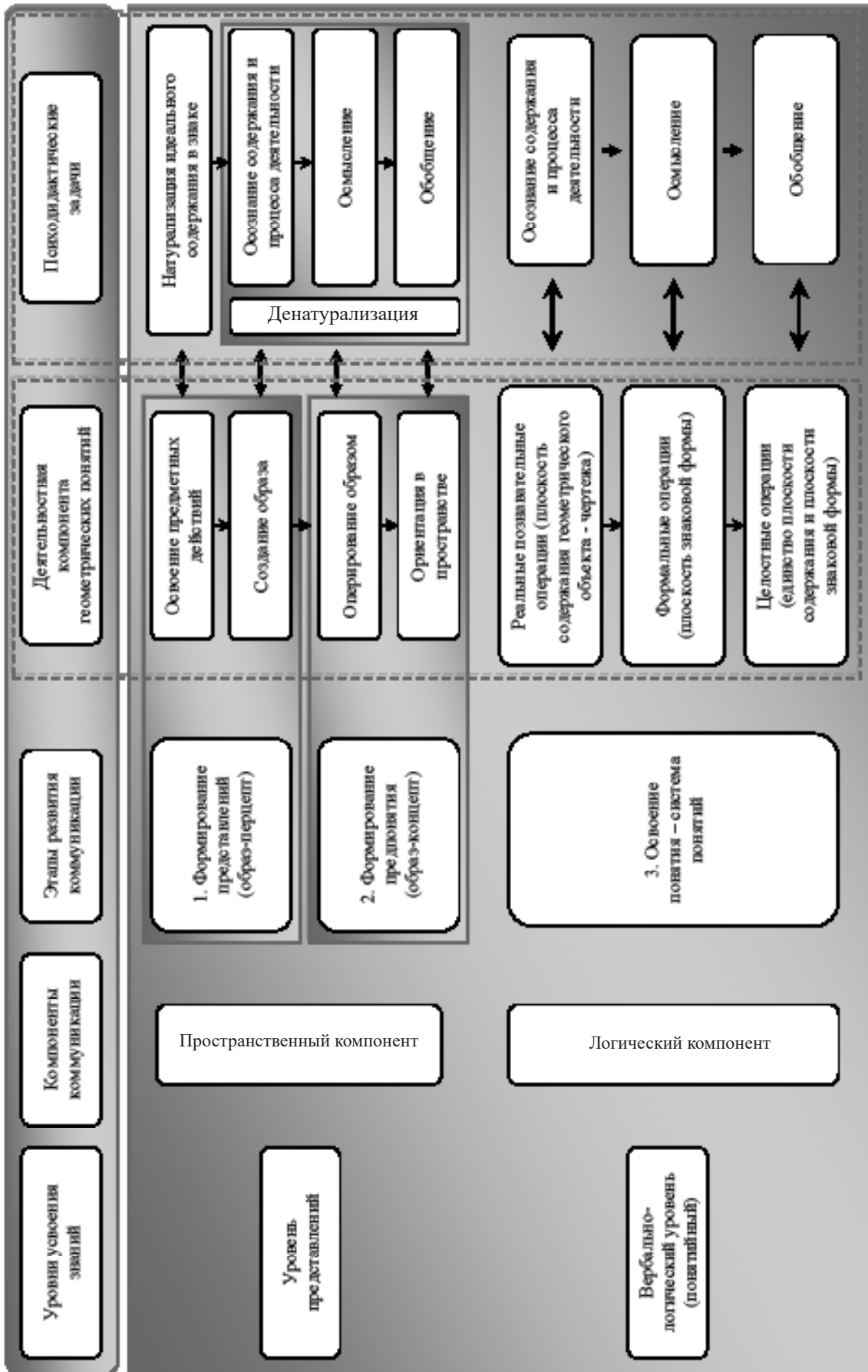


Рис. 1. Этапы коммуникации-трансляции деятельности по освоению ценностного содержания геометрических понятий

На первом этапе (соответствующем уровню представлений) происходит натурализация идеального содержания геометрического понятия в знаке как средство преодоления формализма – формируется образ восприятия (перцепт). Предполагается освоение учащимися предметных действий с фигурами-вещами, таких как вычерчивание, конструирование, деформация. Такой тип действия закрепляет непосредственное восприятие чертежа, т. е. имеет место натурализация знания, все сводится к вещам – материализуется, что, вообще говоря, неверно для геометрии. Как отмечает А. А. Устиловская, любая материализация идеального объекта уже не идеальный объект, а вещь. Поскольку геометрические объекты – не вещи, то материальные действия в отношении них невозможны [10].

На втором этапе формируется предпонятие – образ-концепт (уровень представлений) и понятие (вербально-логический уровень). Здесь необходимо преодоление знаковой натурализации – так называемая денатурализация, обеспечиваемая в числе прочих факторов психодидактическими закономерностями осознания, осмысления и обобщения содержания и процесса деятельности. Геометрические понятия не являются абстракциями, полученными в результате эмпирического обобщения (Г. П. Щедровицкий). Следовательно, оперирование геометрическими понятиями не может быть производным от предметных действий. Нужен другой тип операций – целостные операции, не сводящиеся к действию.

Для обеспечения операционального способа восприятия изображений геометрических фигур целесообразно применение разработанных авторами лекций-презентаций, использующих технологии мультимедиа. Они позволяют в динамике интерпретировать модельные представления объектов и связей между ними. В этом случае происходит обеспечение мысленного воссоздания характеристик геометрического объекта, фиксированных в изображении как в знаке-символе, опосредованно через развитие представлений «от топологических к метрическим через проективные».

Выделим схему освоения ценностного содержания геометрических понятий.

1. Мотивация изучения геометрического материала.

2. Пространственный компонент коммуникации (уровень представлений).

1) Образ восприятия (перцепт) – представление. Натурализация идеального содержания в знаке в качестве средства преодоления формализма.

2) Обобщенное представление, или предпонятие (образ-концепт). Преодоление знаковой натурализации – так называемая денатурализация, обеспечиваемая психодидактическими задачами осознания, осмысления и обобщения содержания и процесса деятельности.

3. Логический компонент коммуникации (вербально-логический уровень). Понятие – система понятий.

4. Эмоционально-оценочный компонент. Ценностно-ориентированное обучение, представляющее так называемую контекстную область математического знания и рассматриваемое как постепенное накопление системы ценностных (оценочных) знаний, создающих эффект «личного присутствия» обучающегося в процессе усвоения математики, – сведений о возможном отношении человека к определенным фактам, явлениям, действиям, умозаключениям. Ценностные знания выражаются в виде оценочных суждений с использованием таких слов, как «важный (бесполезный)», «рациональный (нерациональный)», «изящный (громоздкий)», «любопытный (неинтересный)» и т. п. Применительно к обучению математике экскурс в историю математики создает условия для того, чтобы школьники увидели роль математики в общечеловеческой культуре, мировоззренческие аспекты математики, осознали генезис математических идей, проследили развитие математических понятий, взглядов, открытий, познакомились с творчеством ученых-математиков, оценили драма-

тургию их профессиональной судьбы (этап *ценностной ориентации*), оценили роль математики в решении прикладных проблем (этап *побуждения*).

2.4. Логический компонент коммуникации. Закономерности формирования геометрических понятий. Раскроем подробнее сущность логического компонента на примере обучения основам геометрии младших подростков. Как отмечают психологи, в этом возрасте, несмотря на доминирующий наглядно-образный способ мышления, происходит переход к абстрактно-логическому мышлению. Обучающиеся начинают формулировать гипотезы, исследовать и сравнивать между собой различные альтернативы при решении одних и тех же задач и др. Именно в этом возрасте необходим этап в обучении, обеспечивающий пропедевтику становления правильных логических структур, освоение понятий, в том числе геометрических.

В качестве единиц целостного мыслительного процесса Г. П. Щедровицкий предлагает рассматривать *целостные операции*, которые включают в себя *реальные познавательные операции* (объективно-содержательные) и *формальные операции*, что обеспечивает единство *плоскости содержания* (плоскости геометрического объекта) и *плоскости знаковой формы* [11, с. 164]. Реальные операции, являющиеся познавательными, начинаются непосредственно с объекта, представляя собой действия с объектом, которые выделяют в объекте определенное содержание.

Формальные операции отталкиваются от готовых знаний, от языковых выражений, которые фиксируют «связь знаний», что позволяет переходить от одного свойства объекта к другому. Однако формальные операции не связаны с вычленением нового содержания в объекте и не являются познавательными.

Выполнение целостных операций, фиксирующихся в сознании в качестве образов, дает в качестве результатов новые знания и связи знаний. Данные образы отражают сам процесс получения знания, фиксируют объект, содержательные и формальные операции, связи знаний. На высоком уровне развития геометрического мышления целостные операции оказываются свернутыми и в процессе мышления представляются в виде образов, позволяющих по возможности «развернуть» определенную операцию, восстановив процесс получения конкретного знания [11].

3. Результаты. На основе теоретических положений о закономерностях коммуникации в ходе формирующего этапа эксперимента был разработан учебно-методический комплекс для учащихся 5–6-х классов среднеобразовательных учреждений. В состав данного УМК входит учебное пособие по пропедевтическому курсу «Основы геометрии» [12], рассчитанному на один час в неделю и введенному в учебный план в рамках школьного компонента. В рамках экспериментального обучения выделены три этапа в структуре логического компонента коммуникации, содержание которых определяется классификацией осваиваемых геометрических понятий по уровню операций мыслительного процесса (реальных, формальных и целостных).

3.1. Уровень реальных познавательных операций. На первом этапе, соответствующем уровню *реальных познавательных операций* и обеспечиваемом реализацией психодиактической закономерности *осознания*, рассматриваются понятия, которые условно можно подразделить на две группы. *Первая группа* включает понятия, которые опираются на жизненный опыт и относятся к самому низкому уровню логической строгости. Это эмпирические идеальные объекты, являющиеся схематизациями реального мира. На данном этапе задействуются *реальные познавательные операции* мыслительного процесса, которые начинаются непосредственно с объекта, представляют собой действия с объектом и могут выделять в объекте некоторое содержание. Часто здесь дается только представление

о геометрическом понятии (предпонятие – образ-концепт), формулировка явного определения отсутствует. Примером могут служить такие понятия, как вертикальные, смежные углы, ломаная, плоскость, куб, пирамида, призма, параллелепипед и др.

Приведем пример введения понятий вертикальных и смежных углов [12]. Вначале школьникам предлагается изобразить две пересекающиеся прямые, найти все образуемые ими углы (рис. 1).

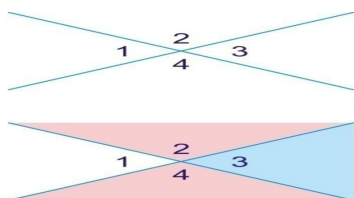


Рис. 1. Углы при пересечении двух прямых



Рис. 2. Смежные углы



Рис. 3. Вертикальные углы

Рассматриваем углы 1 и 2. Напоминаем понятие развернутого угла, делаем вывод об их сумме, равной 180° . Отмечаем, что углы 1 и 2 являются смежными (рис. 2), т. е. их сумма равна 180° . Приводим выдержку из толкового словаря: «смежный» – расположенный рядом с чем-либо, примыкающий, прилегающий к чему-либо. Организуем исследовательскую работу учащихся при введении понятия вертикальных углов. Предлагаем задания: 1. Найдите все смежные углы с $\sphericalangle 2$ (рис. 3). 2. Чему равны следующие суммы: $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = ?$; $\sphericalangle 4 + \sphericalangle 3 = ?$ 3. Какой можно сделать вывод относительно углов 2 и 4?

Далее отмечаем, что углы 2 и 4 являются вертикальными по определению. Предлагаем самостоятельно найти еще одну пару вертикальных углов. Наконец, формулируем свойство вертикальных углов: вертикальные углы равны.

При введении понятий из *второй группы* мы также опираемся преимущественно на эмпирические представления школьников, однако здесь осуществляется «переход от объектов к моделям-чертежам», даются неявные определения понятий геометрической фигуры, площади плоской фигуры, объема и др. Например, введению понятия геометрической фигуры предшествует краткий исторический дискурс, потом перед учащимися ставится проблемный вопрос: что же изучает геометрия? [12]. В поисках ответа на него обращаемся к *натурализации* геометрических объектов: допустим, нам необходимо изготовить стол. Из какого материала его делать? Какого размера? Какого цвета он должен быть? Какую форму может иметь крышка стола? Как могут располагаться относительно друг друга его ножки? Какой формы ножки могут быть у стола? Какого размера он должен быть?

Далее делаем акцент на том, что мы рассматривали только форму, размеры стола и взаимное расположение его частей. Подытоживая, говорим, что для геометра не важен материал и цвет – он «абстрагируется» от них. Геометрия изучает только форму и размеры предметов. При этом она изучает не сами предметы, а так называемые геометрические фигуры. В качестве примера рассматриваем футбольный мяч. Здесь необходимо преодоление знаковой натурализации – так называемая *денатурализация*. Абстрагируемся от цвета, материала, из которого он изготовлен. Получаем геометрическую фигуру «шар».

Далее обращаем внимание на абстрактный характер геометрических фигур, говорим, что они существуют только в нашем воображении, в наших мыслях. Теперь мы можем дать определение геометрической фигуры: «Геометрическая фигура – это мысленный образ

предмета, лишенный всех свойств этого предмета, кроме формы, размеров и взаимного расположения его деталей».

Данный пример наглядно демонстрирует, что перед тем как определить понятие геометрической фигуры мы на эмпирическом уровне рассмотрели отдельные свойства, входящие в формулировку определения: мысленный образ, взаимное расположение частей (топологическое представление – перцепт), форма, размер (проективные и метрические свойства). Все они не рассматривались ранее, и говорить о построении изложения данной темы на дедуктивной основе мы не можем, однако эти свойства не так сложны и школьникам интуитивно понятны. Следует отметить, что, несмотря на недостаточную логическую строгость изложения материала, понятия, относящиеся к первым двум группам, на чисто эмпирическом уровне не даются.

3.2. Уровень формальных мыслительных операций. *Второй этап* коммуникации-трансляции деятельности младших подростков по освоению ценностного содержания геометрических понятий обеспечивается психодидактической задачей *осмысления* и подразумевает более высокий уровень логической организации материала. Предполагается опора на *формальные мыслительные операции*, начинающиеся с «готовых» знаний, с языковых выражений, фиксирующие «связь знаний», позволяющие переходить от одного свойства объекта к другому. Вводимые в данном случае формулировки определений отличаются достаточной строгостью. Однако при введении таких понятий, как луч, отрезок, многогранник и круг, мы опираемся на не рассматриваемое до этого свойство «ограниченности». Используются интуитивные представления школьников об ограниченности топологических многообразий.

Продемонстрируем введение понятия «простой многогранник». Опираемся на предварительно введенное определение отрезка как части прямой, ограниченной с двух сторон точками, являющимися концами отрезка. Аналогично ставим вопрос: чем можно ограничить плоскость? Ранее ответ на него приводил школьников к понятию многоугольника. По аналогии создаем проблемную ситуацию – чем можно ограничить часть пространства? Приходим к определению понятия многогранника: «Многогранник – это часть пространства, ограниченная со всех сторон многоугольниками».

3.3. Уровень целостных операций. *На третьем этапе* (психодидактическая задача *обобщения*) в формулировках определений понятий линии, многоугольника, параллельных и скрещивающихся прямых используются только рассматриваемые до этого понятия и свойства. Речь идет о формировании единиц геометрического мышления (Г. П. Щедровицкий) – *целостных операций*, включающих реальные и формальные операции, что обеспечивает единство плоскости содержания (плоскости чертежа – реальные операции) и плоскости знаковой формы (дедуктивные рассуждения – формальные операции).

Целостные операции, представленные *образами*, оказываются свернутыми и позволяют при необходимости «развернуть» конкретную операцию. Так, при освоении понятия «линия» вначале формируется вспомогательное понятие «простейшая линия» с помощью натурализации: подобно самолету, описывающему траекторию в небе, линию можно нарисовать, перемещая карандаш по бумаге и не отрывая его от листа [12]. На рис. 4 изображены «простейшие линии», которые не «самопересекаются» и не «замыкаются». Далее обращаем внимание, что из простейших линий можно составлять более сложные (рис. 5). Демонстрируем примеры, даем определение понятия: линией называют фигуру, которую можно составить из простейших линий (в геометрии линией называют фигуру в трехмерном евклидовом пространстве, которую можно покрыть не более чем счетным множеством элементарных линий).

Обращаемся к этимологии понятия «линия» (лат. *linum* – «льняная нить»). Древнегреческий геометр Евклид в своих «Началах» определял: точка – то, что не имеет частей; линия – длина без ширины.

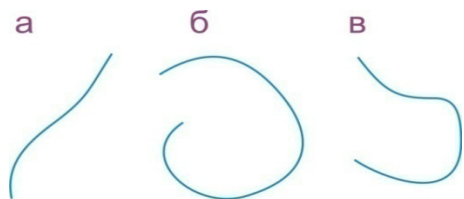


Рис. 4. Простейшие линии

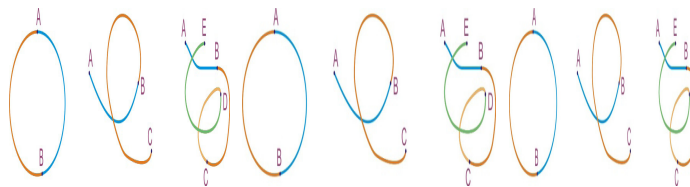


Рис. 5. Сложные линии

4. Заключение. В рамках данной статьи представлена сущностная характеристика понятия *коммуникации* как этапа социокультурной динамики освоения ценности в процессе обучения геометрии. Вектор развития коммуникации соединяет три координаты, описывающие соответственно «движение» в социокультурном, психодидактическом контексте и в плоскости освоения деятельностной компоненты геометрических понятий.

Выделена схема организации освоения геометрических понятий, рассматривается содержание этапов развития *пространственного и логического компонентов* коммуникации на примере обучения геометрии в 5–6-х классах.

Список литературы

1. Герасимова Е. Инвестиции в учителей всегда самые выгодные // Независимая газета. URL: http://www.ng.ru/education/2013-12-17/8_teachers.html (дата обращения: 01.12.2016).
2. Савицкая Н. Урок математики PISA // Независимая газета. URL: http://www.ng.ru/education/2014-01-21/8_pisa.html (дата обращения: 01.12.2016).
3. Асмолов А. Г. Оптика просвещения: Социокультурные перспективы. М.: Просвещение, 2012. 447 с.
4. Любимов Л. Л. Общество без молчунов и коррупционеров // Учительская газета. 2011. № 24. С. 4–5.
5. Щедровицкий Г. П. Заметки к определению понятий «мышление» и «понимание». URL: <http://www.fondgp.ru/gp/bibliogus/67> (дата обращения: 01.12.2016).
6. Выготский Л. С. Собрание сочинений: в 6 т. Т. 2: Мышление и речь. М.: Педагогика, 1982.
7. Методика обучения геометрии: учебное пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / В. А. Гусев, В. В. Орлов, В. А. Панчишина и др.; под ред. В. А. Гусева. М.: Академия, 2004.
8. Холодная М. А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования. СПб.: Питер, 2002. 264 с.
9. Выготский Л. С. Собрание сочинений: в 6 т. Т. 4: Детская психология. М.: Педагогика, 1984.
10. Устиловская А. А. Психологические механизмы преодоления знаковой натурализации идеального содержания геометрических понятий: дис. ... канд. психол. наук. М., 2008. 160 с.
11. Щедровицкий Г. П. Избранные труды. М.: Шк. культ. полит., 1995. 800 с.
12. Кузовлев В. П. Основы геометрии: учебное пособие для 5–6 классов.

Подаева Наталия Георгиевна, доктор педагогических наук, профессор, почетный работник высшего профессионального образования, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина (ул. Коммунаров, 28, Елец, Липецкая область, Россия). E-mail: podaeva@mail.ru.

Подаев Михаил Валерьевич, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики ее преподавания, Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина (ул. Коммунаров, 28, Елец, Липецкая область, Россия). E-mail: podaev86@gmail.com.

Материал поступил в редакцию 19.04.2016

DOI: 10.23951/2307-6127-2017-1-27-38

CONDITIONS OF FORMATION OF SCIENTIFIC CONCEPTS WHEN TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL: SOCIO-CULTURAL APPROACH

N. G. Podaeva, M. V. Podaev

Bunin Yelets State University, Yelets, Russian Federation

The article provides theoretical substantiation of technology of teaching geometry to younger adolescents, focused on mastering of the value content of geometrical concepts. From the standpoint of sociocultural approach considers the phase of the cycle of mastering communication value: development of understanding and ways of operation with geometric concepts. Defines the communication steps, the content of which is determined by the structure of activity-related components of geometric concepts, including both substantive action and real cognitive and formal operations. Emphasizes the scheme of development of the geometrical concepts value content: 1) motivation to study geometrical material; 2) the spatial component of communication (presentation level), comprising: a) an image perception (percept) – representation, naturalization of the ideal content of the sign as a means of overcoming formalism; b) a general idea or precepts (image-concept). Overcoming sign naturalization - the so-called denaturalization provided by the psychodidactic tasks of awareness, understanding and synthesis of content and activity process; 3) the logical component of communication (verbal and logical level). A concept - a system of concepts; 4) the emotional-evaluative component. Value-oriented education, which represents the so-called context-sensitive area of mathematical knowledge and considered as a gradual accumulation of the system of value (evaluation) of knowledge, creating the effect of “personal presence” of the student in the process of mastering mathematics - information about possible man’s relation to certain facts, events, actions, conclusions. Substantiates the experimental confirmation of the hypothesis: efficiency of sociocommunicative processes in the situation of teaching geometry to younger teenagers is caused by several factors, among them is the implementation of psychodidactic laws of awareness, understanding and synthesis of content and process activities; phased development of a coherent mental structure “image – idea – precept – concept – a system of concepts”; phased development of activity-related components of geometrical concepts: substantive action, real cognitive operations, formal operations.

Key words: *Socio-cultural content of teaching mathematics, communication, value content of geometric concepts, the plane of the notion content, the plane of the sign shape, integral operation.*

References

1. Gerasimova E. Investitsii v uchiteley vsegda samye vygodnye [Investing in teachers is always the most profitable]. *Nezavisimaya gazeta* [Independent newspaper] (in Russian). URL: http://www.ng.ru/education/2013-12-17/8_teachers.html (accessed 01 January 2016).
2. Savitskaya N. Urok matematiki PISA [Lesson of mathematics PISA]. *Nezavisimaya gazeta* [Independent newspaper] (in Russian). URL: http://www.ng.ru/education/2014-01-21/8_pisa.html (accessed 01 January 2016).
3. Asmolv A. G. *Optika prosveshcheniya* [Optics of education]. Moscow, Prosveshcheniy Publ., 2012. 447 p. (in Russian).
4. Lyubimov L. L. Obschestvo bez molchunov i korruptsiy [Society without the silent types and corrupt]. *Uchitel'skaya gazeta – Teacher's Newspaper*, 2011, no. 24, pp. 4–5 (in Russian).
5. Shchedrovitskiy G. P. *Zametki k opredeleniyu ponyatiy «myshleniye» i «ponimaniye»* [Notes to the definition of the concepts of “thinking” and “understanding”] (in Russian). URL: <http://www.fondgp.ru/gp/biblio/rus/67> (accessed 01 January 2016).
6. Vygotskiy L. S. *Sobraniye sochineniy: v 6 t. T. 2: Myshleniye i rech'* [Collected Works: in 6 vol. Vol. 2. Thinking and speaking]. Moscow, Pedagogika Publ., 1982 (in Russian).

7. *Metodika obucheniya geometrii: uchebnoye posobiye dlya studentov vyssh. ped. ucheb. zavedeniy* [Method of teaching geometry]. V. A. Gusev, V. V. Orlov, V. A. Panchishina i dr. Pod red. V. A. Guseva [Edited by V. A. Gusev]. Moscow, Akademiya Publ., 2004 (in Russian).
8. Kholodnaya M. A. *Psikhologiya intellekta. Paradoksy issledovaniya* [Psychology of intelligence. Research paradoxes]. St. Petersburg, Piter Publ., 2002. 264 p. (in Russian).
9. Vygotskiy L. S. *Sobraniye sochineniy: v 6 t. T. 4: Detskaya psikhologiya* [Collected Works: in 6 vol. Vol.4. Child psychology]. Moscow, Pedagogika Publ., 1984 (in Russian).
10. Ustilovskaya A. A. *Psikhologicheskiye mekhanizmy preodoleniya znakovoy naturalizatsii ideal'nogo sodержaniya geometricheskikh ponyatiy. Dis. kand. psikhol. nauk* [Psychological mechanisms of overcoming of sign naturalization of the ideal content of geometrical concepts. Thesis cand. of psihol. sci.]. Moscow, 2008. 160 p. (in Russian).
11. Shchedrovitskiy G. P. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Moscow, Shk. kul't. polit. Publ., 1995. 800 p. (in Russian).
12. Kuzovlev V. P. *Osnovy geometrii: uchebnoye posobiye dlya 5–6 klassov* [Basics of geometry: study guide for grades 5-6]. Elets, EGU im. I. A. Bunina Publ., 2011. 150 p. (in Russian).

Podaeva N. G., Bunin Yelets State University (ul. Kommunarov, 28, Elets, Lipetsk region, Russian Federation, 399770). E-mail: podaeva@mail.ru

Podaev M. V., Bunin Yelets State University (ul. Kommunarov, 28, Elets, Lipetsk region, Russian Federation, 399770). E-mail: podaev86@rambler.ru